

Камчатский государственный технический университет

Кафедра высшей математики

Г.П. Исаев

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

*Типовые расчеты по курсу для студентов специальности
230105 «Программное обеспечение вычислительной техники
и автоматизированных систем»
очной формы обучения*

Петропавловск-Камчатский
2006

УДК 510.2(075.8)
ББК 22.1я729
И85

Рецензент

М.И. Водинчар,
кандидат физико-математических наук КамГУ

Исаев Г.П.

И85 Математический анализ. Типовые расчеты по курсу для студентов специальности 230105 «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» очной формы обучения. 2-е изд. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2006. – 45 с.

Задачи типовых расчетов составлены для самостоятельной работы студентов по изучаемому курсу.

Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом КамчатГТУ (протокол № 8 от 23 апреля 2004 г.).

УДК 510.2(075.8)
ББК 22.1я729

© КамчатГТУ, 2006
© Исаев Г.П., 2006

Введение

Выполнение двух типовых расчетов по курсу "Математический анализ" предназначено для самостоятельного закрепления студентами 1 курса специальности "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем" теоретического и практического материала, изученного на аудиторных занятиях.

Типовые расчеты состоят из 27 заданий и выполняются студентом в отдельной тетради. Вариант выполняемого задания соответствует порядковому номеру в журнале. После выполнения заданий типовой расчет сдается на проверку.

Если при выполнении типового расчета студент допустил ошибки, то они исправляются в той же тетради с пометкой "Работа над ошибками".

Правильно выполненный типовой расчет подлежит защите студентом.

Типовой расчет №1
Тема №1. Введение в математический анализ

Задача №1. Найти область определения функции.

1. $y = \ln(\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x})$. 2. $y = \ln \frac{x-5}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}$.

3. $y = \frac{1}{\ln(1-x)} + \sqrt{x+2}$. 4. $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{\frac{1}{x-2}} - \ln(2x-3)$.

5. $y = \frac{3}{4-x^3} + \ln(x^3-x)$. 6. $y = \sqrt{\ln\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$.

7. $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2+x+2}} + \ln(x-1)$. 8. $y = \sqrt{3x-1} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$.

9. $y = \sqrt{x^2-5x+6}$. 10. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x}}$.

11. $y = \sqrt{2-3x} + \ln x$. 12. $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}$.

13. $y = \frac{3x-1}{5x+6} + \sqrt{x-2}$. 14. $y = \sqrt{\frac{3x-2}{2x+6}}$.

15. $y = \sqrt{\frac{x-8}{12-x}}$. 16. $y = \ln \frac{5x-1}{3x-1}$.

17. $y = \ln\left(\frac{5x}{x-1} - 2\right)$. 18. $y = \sqrt{7-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

$$19. y = \frac{x-1}{x^2-9x+20}.$$

$$20. y = 3\sqrt{5-x} - \frac{4}{\sqrt{x-3}}.$$

$$21. y = \frac{4x-1}{3x^2-5x-2}.$$

$$22. y = \frac{\sqrt[6]{16-x^2}}{\ln(x-1)^2}.$$

$$23. y = \frac{\sqrt[5]{\ln(x+1)}}{x-1} + 2\sqrt{10-x}.$$

$$24. y = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x+4}.$$

$$25. y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} - \log_2 x. \quad 26. y = \sqrt{-x^2-7x+8}.$$

$$27. y = \sqrt{3+x} + \sqrt[4]{7-x}.$$

$$28. y = \ln(1 - \ln(x^2 - 5x + 16)).$$

$$29. y = (x^2 + x + 1)^{-\frac{3}{2}}.$$

$$30. y = \sqrt{1-|x|}.$$

Задача №2. Определить четность или нечетность функции.

$$1. y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}.$$

$$2. y = \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}}.$$

$$3. y = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x.$$

$$4. y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3^x.$$

$$5. y = \ln\left(\frac{2-x^3}{2+x^3}\right).$$

$$6. y = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt[3]{\cos x}} \cdot e^{-x^2}.$$

$$7. y = \frac{x^3 \cos x}{2^{x^2}} + \sin^2 x.$$

$$8. y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}.$$

$$9. y = \lg\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

$$10. y = \frac{x}{2^x - 1}.$$

$$11. y = \sin x - \cos x .$$

$$12. y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2} .$$

$$13. y = x^2 + \sqrt{x} .$$

$$14. y = x + \sin x .$$

$$15. y = x \cdot \sin^3 x .$$

$$16. y = \frac{x^4}{\cos x} - \sqrt{1 - x^2} .$$

$$17. y = 3^x \cdot \sin x .$$

$$18. y = 3^{4x} \cdot x^2 + \cos x .$$

$$19. y = \frac{x^4}{\sin x} - x^3 \ln(1 + x^2) .$$

$$20. y = x^2 \ln x .$$

$$21. y = \frac{\sin x}{x^3} .$$

$$22. y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^4 + x^2 + x} .$$

$$23. y = (\sin^2 x + \cos x) \cdot x^3 .$$

$$24. y = 3^{x^2} .$$

$$25. y = 2x^3 - 3x .$$

$$26. y = 2^{-x^2} .$$

$$27. y = x \cdot \frac{a^x - 1}{a^x + 1} .$$

$$28. y = 2^{x - x^4} .$$

$$29. y = \frac{a^x + a^{-x}}{2} .$$

$$30. y = \frac{x}{a^x - 1} .$$

Задача №3. Найти предел от рациональной алгебраической дроби без применения правила Лопиталья.

$$1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20} .$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{3(x^2 - 1)} .$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 3x - 10}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 5x^3 + 6x^2}{x^2 - 3x - 10}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^3 - 64}{x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 2}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 27}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 - 5x - 2}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{5x^2 - 11x + 2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 7x + 10}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 6x + 8}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 1}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 4}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{7x^2 - 6x - 1}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{3x^2 - 19x + 20}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 6x - 8}{2x^2 + 7x + 6}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 9x - 5}{6x^2 - 21x - 45}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{7x^2 + 23x + 6}{5x^2 + 14x - 3}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2 - 22x + 24}{2x^2 - 9x - 18}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -7} \frac{5x^2 + 37x + 14}{6x^2 + 41x - 7}.$$

Задача №4. Найти предел от иррациональной алгебраической дроби без применения правила Лопиталья.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{2-x} - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5+x} - 3}{x-4}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{4+x}}{x-5}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 - \sqrt{11+x}}{x-5}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{x-4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x} - 2}{x-3}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{3-x}}{2-x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - 3}{1-x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2} - 1}{x-1}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 4}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x-6}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{x-1}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3 - \sqrt{2x-1}}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3} - 3}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{4 - \sqrt{2x-2}}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{3x^2}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1} - 3}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{3 - \sqrt{2x-1}}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

Задача №5. Найти предел на основе первого замечательного предела.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 3x}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos x}{\sin 3x}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{3x}.$

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sin(x - 2)}{7(x^2 - 2x)}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \operatorname{tg} 2x}{x^2 + x}.$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - x) \operatorname{ctg} 2x.$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x}.$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 5x^2}{1 - \cos 4x}.$

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\frac{\pi}{6} - x}.$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}.$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha + x) - \cos(\alpha - x)}{x}.$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 9x}.$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$

16. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}.$

17. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\frac{\pi}{2} - x}.$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}.$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \sin x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{3}}{x^2}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 x}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \cdot \operatorname{tg} x.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3 \cdot x^2 \cdot \cos^2 \frac{x}{2}}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin 2x}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha x - \cos \beta x}{x^2}.$$

Задача №6. Найти предел на основе второго замечательного предела.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x-2} \right)^x.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{3x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-1} \right)^{\frac{x-2}{4}}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x+4}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1+x} \right)^{2x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x-1}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x}\right)^{x+1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{x+1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+5}\right)^{4x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+5}{x^2-5}\right)^{x^2}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x}\right)^{3x}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x+1}\right)^{x-1}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^{x^2+1}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^{2x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right)^{x^2}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x+1}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{x^2+1}\right)^{x^2}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{2x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{3+x}\right)^{2x}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 4}{3x + 2} \right)^{\frac{x+1}{3}}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 4}{5x - 3} \right)^{2x}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2}{3x^2 - 1} \right)^{x^2}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x + 4} \right)^{3x}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 4}{3x} \right)^{2x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x - 4} \right)^{2x}.$$

Тема №2. Дифференциальное исчисление

Задача №7. Вычислить производную функции.

$$1. y = \frac{1}{x} \cdot e^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$2. y = \frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{1}{x}}.$$

$$3. y = \frac{\ln x}{x^2}.$$

$$4. y = \frac{x^2}{\ln x}.$$

$$5. y = x \cdot \ln x^2.$$

$$6. y = \frac{1}{x \cdot \ln x}.$$

$$7. y = (x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$8. y = \ln(x^2 - 1)^2.$$

$$9. y = \frac{\ln x}{x^3}.$$

$$10. y = x^2 \cdot \sin x^2.$$

$$11. y = (x^2 + 1) \cdot \sin x^3.$$

$$12. y = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \cos^2 x.$$

$$13. y = (x^2 + 1) \cdot \sin \sqrt{x}.$$

$$14. y = (x^2 + 1) \cdot \cos \sqrt{x}.$$

$$15. y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

$$16. y = x^3 \cdot e^{\frac{x^2}{2}}.$$

$$17. y = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}.$$

$$18. y = \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2}}{x}.$$

$$19. y = \frac{x^3}{\sqrt[3]{(x^3 + 2)^2}}.$$

$$20. y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 - 4}}.$$

$$21. y = \frac{\ln(x - 1)}{(x - 1)^2}.$$

$$22. y = x \cdot \arcsin x \cdot \ln x.$$

$$23. y = e^{\frac{x}{3}} \cdot \cos^2 \frac{x}{3}.$$

$$24. y = \sqrt{x} \cdot e^{\frac{x}{2}}.$$

$$25. y = \frac{e^{-x^2}}{2x}.$$

$$26. y = \ln \arctg \sqrt{1 + x^2}.$$

$$27. y = 2^{\frac{x}{\ln x}}.$$

$$28. y = 3^{\sqrt{\sin^3 x}}.$$

$$29. y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}.$$

$$30. y = \cos^2 \left(\sin \frac{x}{3} \right).$$

Задача №8. Вычислить производную функции методом логарифмического дифференцирования.

$$1. y = \sqrt[3]{\frac{1 + x^3}{1 - x^3}}.$$

$$2. y = \sqrt[4]{x + \sqrt{x^3}}.$$

$$3. y = (\sin x)^{\arctg x}.$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x^2)^{\arcsin(1 + x)}.$$

$$5. y = (1 + \sin^2 x)^{\cos x}.$$

$$6. y = (\cos x)^{3 + \cos x}.$$

$$7. y = \left(x + \sqrt[3]{x}\right)^{\sqrt{x}}.$$

$$8. y = \left(\arctg x^2\right)^{\sin^2 x}.$$

$$9. y = (\cos x)^{\arctg x}.$$

$$10. y = (\ln x)^{1 + \sqrt{x}}.$$

$$11. y = \left(1 + \sqrt{x}\right)^{\ln x}.$$

$$12. y = \left(\arctg \sqrt{x}\right)^{\cos x}.$$

$$13. y = \left(\sin^2 x\right)^{\arcsin x}.$$

$$14. y = \left(\cos^3 x\right)^{\arccos x}.$$

$$15. y = (1 + \ln x)^{\sqrt{x}}.$$

$$16. y = (x + \cos x)^{\ln x}.$$

$$17. y = \left(\arctg x^2\right)^{\sin x}.$$

$$18. y = (\sin x)^{\ln^2 x}.$$

$$19. y = (\cos x)^{\sqrt{1+x}}.$$

$$20. y = (1 + x^2)^{\cos x}.$$

$$21. y = (\cos x)^{\sin x^2}.$$

$$22. y = (\sin x)^{\cos x^3}.$$

$$23. y = \sqrt[n]{\sin x}.$$

$$24. y = (1 + x^3)^{\sin x}.$$

$$25. y = (1 + \tg x)^{1 + \sin x}.$$

$$26. y = (1 + \ctg x)^{1 + \cos x}.$$

$$27. y = (\arcsin x)^{\arctg x}.$$

$$28. y = (\arccos x)^{\arccotg x}.$$

$$29. y = \left(\arcsin x^2\right)^{1 + \ln x}.$$

$$30. y = (\arctg x)^{\arcsin x}.$$

Задача №9. Найти производную от неявно заданной функции.

$$1. \sin(x + y) = x + y + \tg x.$$

$$2. \cos(x + y) = x y + \tg x.$$

$$3. \sin(x + y) = x^2 + y^2 + \ctg x.$$

$$4. y = y^2 + x + \sin(x + y).$$

$$5. \sqrt{x^2 + y^2} = \sin(x y).$$

$$6. \sqrt{x + y} = \sin y.$$

$$7. x^2 + y^2 = \ln \sin y.$$

$$8. \arcsin y = x^2 + y^2.$$

$$9. \arccos x = \sin(x + y).$$

$$10. y = x + \sin(x + y).$$

$$11. \sin(x y) = y + \sin(x + y).$$

$$12. \cos(x y) = y + \cos(x + y).$$

$$13. \operatorname{tg} x = x^2 + \sin(x + y).$$

$$14. \operatorname{ctg} y = x^2 + y^2.$$

$$15. y + x^2 = x + \arctg y.$$

$$16. x + y = \arctg(x + y).$$

$$17. x y = \arcsin(x + y).$$

$$18. x^2 + y^2 = y + \sin x.$$

$$19. 1 + \sin y = \operatorname{tg}(x + y).$$

$$20. 1 + \operatorname{tg} x = \ln(x + y).$$

$$21. x + y = \sin(x^2 + y^2).$$

$$22. x y + x = \sin y^2.$$

$$23. \operatorname{tg}(x + y) = y + \sin x.$$

$$24. \operatorname{tg}(x^2 + y^2) = x y.$$

$$25. \arcsin x y = x^2 + y^2.$$

$$26. \arccos(x + y) = x^2 + y.$$

$$27. \arctg(x + y) = y^2 + x.$$

$$28. \operatorname{arctg}(x + y) = x y - x^2.$$

$$29. \operatorname{arctg}(x y) = x - y.$$

$$30. \operatorname{arctg}(x y) = x^2 - y.$$

Задача №10. Найти производную второго порядка от заданной функции.

$$1. y = \frac{x}{x^2 - 1}.$$

$$2. y = \ln \operatorname{ctg} 2x.$$

$$3. y = x^3 \ln x.$$

$$4. y = x \arctg x.$$

5. $y = \arctg x$.

7. $y = e^x \cos x$.

9. $y = x \sqrt{1 + x^2}$.

11. $y = e^{\sqrt{x}}$.

13. $y = x e^{x^2}$.

15. $y = \frac{1}{2 + \sqrt{x}}$.

17. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.

19. $y = \arctg \frac{1}{x}$.

21. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

23. $y = x \cdot \sin x$.

25. $y = x^2 \sin \frac{x}{3}$.

27. $y = \arctg \sqrt{1 + x^2}$.

29. $y = \arcsin \sqrt{x}$.

6. $y = e^{\operatorname{tg} x}$.

8. $y = e^x \sin x$.

10. $y = x e^{-x^2}$.

12. $y = \frac{1}{1 + x^3}$.

14. $y = \frac{1 - x}{1 + x}$.

16. $y = x e^{-x}$.

18. $y = \ln(2x - 3)$.

20. $y = \sqrt{1 + x^2}$.

22. $y = x^2 \ln x$.

24. $y = x^3 \cdot e^x$.

26. $y = x \arctg x$.

28. $y = x^2 \sin \sqrt{x}$.

30. $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$.

Задача №11. Найти дифференциал функции.

1. $y = \ln(\sin \sqrt{x})$.

2. $y = 2^{-x^2}$.

3. $y = e^{-\frac{1}{\cos x}}$.

4. $y = x^3 + x\sqrt{x}$.

5. $y = e^{\sqrt{1 + \ln x}}$.

6. $y = \sqrt[5]{\arctg e^x}$.

7. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \ln x)^3}$.

8. $y = \frac{2}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x + 1}{\sqrt{3}}$.

9. $y = \ln(x \sin x \cdot \sqrt{1 - x^2})$.

10. $y = \sqrt{1 - \arccos^2 x}$.

11. $y = \arctg \ln(5x + 3)$.

12. $y = \arcsin(e^{4x})$.

13. $y = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$.

14. $y = \sqrt[3]{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x}$.

15. $y = \arctg \sqrt{6x - 1}$.

16. $y = \operatorname{tg} \sin \cos x$.

17. $y = \ln \sin \operatorname{tg} e^{-\frac{x}{2}}$.

18. $y = \ln \arctg \sqrt{1 + x^2}$.

19. $y = \arccos e^{-\frac{x^2}{2}}$.

20. $y = \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}$.

21. $y = \ln \arccos 2x$.

22. $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$.

23. $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x - 1})$.

24. $y = \ln(\sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x})$.

$$25. y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x}.$$

$$26. y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

$$27. y = \ln \left(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1} \right).$$

$$28. y = \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}.$$

$$29. y = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-\sqrt{x}}}}.$$

$$30. y = x \cdot e^{1 - \cos x}.$$

Задача №12. Найти производные первого и второго порядков от функции, заданной параметрически.

$$1. y(t) = 1 + 3t^2;$$

$$x(t) = \sin t.$$

$$2. y(t) = 8t^2 - 1;$$

$$x(t) = \cos t.$$

$$3. y(t) = 6t^3;$$

$$x(t) = 2t^2 + t.$$

$$4. y(t) = \cos^2 t;$$

$$x(t) = \sin^2 t.$$

$$5. y(t) = 1 + \cos t;$$

$$x(t) = 1 + \sin t.$$

$$6. y(t) = 1 + \operatorname{tg} t;$$

$$x(t) = \sin t.$$

$$7. y(t) = \ln t;$$

$$x(t) = 1 + t^2.$$

$$8. y(t) = 1 + t^2;$$

$$x(t) = \ln t.$$

$$9. y(t) = \sin t;$$

$$x(t) = 1 + 3t^2.$$

$$10. y(t) = \cos t;$$

$$x(t) = 8t^2 - 1.$$

$$11. y(t) = 2t^2 + t;$$

$$x(t) = 6t^3.$$

$$12. \quad y(t) = 1 + \sin t; \quad x(t) = 1 + \cos t.$$

$$13. \quad y(t) = \sin t; \quad x(t) = 1 + \operatorname{tg} t.$$

$$14. \quad y(t) = 1 + t^2; \quad x(t) = \ln t.$$

$$15. \quad y(t) = 3t^3 + t^2 + t; \quad x(t) = 1 + t.$$

$$16. \quad y(t) = \sin t; \quad x(t) = 2t^3.$$

$$17. \quad y(t) = e^t; \quad x(t) = e^{-t}.$$

$$18. \quad y(t) = \ln t; \quad x(t) = e^t.$$

$$19. \quad y(t) = 2t^3; \quad x(t) = \sin t.$$

$$20. \quad y(t) = e^{-t}; \quad x(t) = e^t.$$

$$21. \quad y(t) = 1 + t^2; \quad x(t) = 1 + \sin t.$$

$$22. \quad y(t) = \sin^2 t; \quad x(t) = \cos^2 t.$$

$$23. \quad y(t) = \operatorname{tg}^2 t; \quad x(t) = 1 + t^2.$$

$$24. \quad y(t) = \cos t; \quad x(t) = \ln t.$$

$$25. \quad y(t) = \ln t; \quad x(t) = 1 + t^3.$$

$$26. \quad y(t) = 1 + 2t + 3t^2; \quad x(t) = \ln^3 t.$$

$$27. \quad y(t) = 2 \sin 2t; \quad x(t) = \cos 2t.$$

$$28. y(t) = 1 + t^2;$$

$$x(t) = 2 \ln t.$$

$$29. y(t) = 2 \operatorname{tg}^2 t;$$

$$x(t) = \sin t.$$

$$30. y(t) = 1 + t^3;$$

$$x(t) = \cos 3t.$$

Тема №3. Исследование функции одной переменной

Задача №13. Найти предел на основе правила Лопиталя.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{e^{3/x} - 1}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi/2 - \operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{\frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1}}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - (e^x + e^{-x}) \cos x}{x^4}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + 1/x^2)}{\pi - 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{arc} \sin x \operatorname{ctg} x).$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right).$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \ln(x-1)).$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{x^3}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + x^2}{(1+x)^5 - 1 + x^2}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x^4}{\sin 2x}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{\sin x - x}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right).$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x - \frac{x^2}{2}}{e^{x^3} - 1}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x \cdot \ln x).$$

Задача №14. Найти экстремумы функции.

$$1. y = 6 \sqrt[3]{x^2} \cdot (x+1).$$

$$2. y = \sqrt[3]{x^2} \cdot (10-x).$$

$$3. y = e^x + e^{-x}.$$

$$4. y = \frac{e^x}{x}.$$

$$5. y = (x-1) \cdot \sqrt[3]{x^2}.$$

$$6. y = \frac{(x-2) \cdot (3-x)}{x}.$$

$$7. y = x + \frac{1}{x}.$$

$$8. y = 2e^x + e^{-x}.$$

$$9. y = x \cdot \sqrt{1-x}.$$

$$10. y = x + \sqrt{1-x}.$$

$$11. y = \frac{x}{1+x^2}.$$

$$12. y = 2 - \sqrt[3]{(x-1)^2}.$$

$$13. y = x^3 \cdot e^x.$$

$$14. y = x \cdot e^{-\frac{x}{2}}.$$

$$15. y = x^3 \cdot e^{-x}.$$

$$16. y = \frac{x^2}{x^2-1}.$$

$$17. y = \sqrt[3]{x^2} - 1.$$

$$18. y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}.$$

$$19. y = \frac{x^2}{x-2}.$$

$$20. y = \frac{e^x}{4(1-x)}.$$

$$21. y = x \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}.$$

$$22. y = 1 + \sqrt[3]{(1-x)^2}.$$

$$23. y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}.$$

$$24. y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}.$$

$$25. y = \sqrt[3]{x^2} \cdot (1-x).$$

$$26. y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$27. y = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}.$$

$$28. y = \frac{3 - 2x}{(x - 2)^2}.$$

$$29. y = \frac{x^3}{(x - 1)^2}.$$

$$30. y = \frac{x^3}{1 - x^2}.$$

Задача №15. Найти точки перегиба графика функции.

$$1. y = x \cdot \sqrt[3]{(x - 1)^2}.$$

$$2. y = (1 - x) \cdot \sqrt[3]{x^2}.$$

$$3. y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$4. y = (x - 1) \cdot e^x.$$

$$5. y = (x^2 - 1)^3.$$

$$6. y = \frac{1}{x} + 4x^2.$$

$$7. y = x \cdot e^{-x^2}.$$

$$8. y = x + \frac{\ln x}{x}.$$

$$9. y = \frac{x}{e^x}.$$

$$10. y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 1.$$

$$11. y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x - 4.$$

$$12. y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 10.$$

$$13. y = e^{-x^2}.$$

$$14. y = x \cdot e^{-x}.$$

$$15. y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10.$$

$$16. y = (x + 1) \cdot (x - 2)^2.$$

$$17. y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 + 31.$$

$$18. y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

$$19. y = (x + 1)^2 \cdot (x - 2).$$

$$20. y = e^{\frac{1}{x}} - x.$$

$$21. y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$22. y = x + \sqrt[5]{x^3}.$$

$$23. y = x^3 - 12x^2 + 36x.$$

$$24. y = 2x^2 + \ln x.$$

$$25. y = x \cdot \sqrt{x - 1}.$$

$$26. y = 2x^3 - 3x^2 + 15.$$

$$27. y = \ln(1 + x^2).$$

$$28. y = x \cdot e^x.$$

$$29. y = x \cdot e^{-\frac{x}{2}}.$$

$$30. y = (1 - x) \cdot e^x.$$

Задача №16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$1. y = x^3 - 12x + 7;$$

$$[0, 3].$$

$$2. y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 2;$$

$$[0, 2].$$

$$3. y = 3x^4 - 16x^3 + 2;$$

$$[-3, 1].$$

$$4. y = x^3 - 3x + 1;$$

$$\left[\frac{1}{2}, 2\right].$$

$$5. y = x^4 + 4x;$$

$$[-2, 2].$$

$$6. y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1;$$

$$[-1, 5].$$

$$7. y = -3x^4 + 6x^2 - 1;$$

$$[-2, 2].$$

$$8. y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5; \quad [0, 3].$$

$$9. y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1; \quad [-2, 4].$$

$$10. y = 2x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x; \quad [1, 2].$$

$$11. y = x^2 - 6x + 13; \quad [0, 6].$$

$$12. y = x^2 - 4x + 3; \quad [0, 3].$$

$$13. y = 8 - \frac{1}{2}x^2; \quad [-2, 2].$$

$$14. y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3; \quad [1, 3].$$

$$15. y = 6x^2 - x^3; \quad [-1, 6].$$

$$16. y = 2\sin x - \cos 2x; \quad \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

$$17. y = -3x^4 + 6x^2; \quad [-2, 2].$$

$$18. y = x + 2\sqrt{x}; \quad [0, 4].$$

$$19. y = \frac{x-1}{x+1}; \quad [0, 4].$$

$$20. y = \frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}; \quad [0, 1].$$

$$21. y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}; \quad [0, 1].$$

$$22. y = \arctg \frac{1-x}{1+x}; \quad [0, 1].$$

$$23. y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}; \quad [0, 3].$$

$$24. y = \sin 2x - x; \quad \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

$$25. y = \sqrt{100 - x^2}; \quad [-6, 8].$$

$$26. y = x^3 - 3x^2 + 6x - 2; \quad [-1, 1].$$

$$27. y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1; \quad [-1, 2].$$

$$28. y = x^4 - 2x + 5; \quad [-2, 2].$$

$$29. y = x^3 - 3x + 3; \quad \left[-3, \frac{3}{2}\right].$$

$$30. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}; \quad [-2, 3].$$

Задача №17. Найти асимптоты линий.

$$1. y = \sqrt[5]{\frac{x}{x-2}}.$$

$$2. y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}.$$

$$3. y = \frac{\ln(x+1)}{x^2}.$$

$$4. y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}.$$

$$5. y = x e^x.$$

$$6. y = x e^{\frac{2}{x}} + 1.$$

$$7. y = \ln(1 + e^x).$$

$$8. y = e^{\frac{1}{x}}.$$

$$9. y = x + \frac{1}{x}.$$

$$10. y = \frac{x}{2x-1} + x.$$

$$11. y = \frac{5x}{x-1}.$$

$$12. y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} + 2x.$$

$$13. y = e^{-x^2}.$$

$$14. y = \frac{x^2 + 1}{1 + x}.$$

$$15. y = x + e^{-x}.$$

$$16. y = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right).$$

$$17. 2y(x+1)^2 = x^3.$$

$$18. y^3 = 3 - x^2.$$

$$19. y^2(x-2a) = x^3 - a^3.$$

$$20. y = \frac{1}{(x+2)^3}.$$

$$21. y^3 = a^3 - x^3.$$

$$22. y^2 = \frac{x^3}{2a-x}.$$

$$23. y^3 = 6x^2 + x^3.$$

$$24. y = e^{\frac{1}{x}} - 1.$$

$$25. y = a + \frac{a^3}{(x-a)^2}.$$

$$26. xy^2 + x^2y = a^3.$$

$$27. (y+x+1)^2 = x^2 + 1.$$

$$28. y = 2x + \arctg \frac{x}{2}.$$

$$29. 2y(x+1)^2 = x^3.$$

$$30. xy = a.$$

Типовой расчет №2
Тема №4. Интегральное исчисление

Задача №1. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной.

1. $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x \, dx.$

2. $\int \frac{x}{(x+4)^6} \, dx.$

3. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} \, dx.$

4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)}.$

5. $\int \frac{\cos 3x}{4 + \sin 3x} \, dx.$

6. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} \, dx.$

7. $\int \frac{(x + \operatorname{arc} \operatorname{tg} x)}{1 + x^2} \, dx.$

8. $\int \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x} (1 + x)} \, dx.$

9. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{3 + 2 \cos x}} \, dx.$

10. $\int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} \, dx.$

11. $\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt[3]{2 + 3x}}.$

12. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[5]{\ln x}}.$

13. $\int \frac{dx}{x \cdot (1 + \sqrt{\ln x})}.$

14. $\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{\cos^2 x + 4}}.$

15. $\int \frac{x \, dx}{\sqrt[5]{1 + 3x}}.$

16. $\int \frac{2 - \sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} \, dx.$

$$17. \int \sqrt{e^x - 1} \, dx .$$

$$18. \int \frac{\ln x}{x(1 - \ln^2 x)} dx .$$

$$19. \int \frac{dx}{\sqrt{1 + \sqrt{x}}} .$$

$$20. \int \frac{1 + \sqrt{\ln x}}{x} dx .$$

$$21. \int (1 + e^{3x})^2 e^{3x} \, dx .$$

$$22. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx .$$

$$23. \int \frac{\sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}} \, dx .$$

$$24. \int \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \, dx .$$

$$25. \int x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} \, dx .$$

$$26. \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{1+x}} .$$

$$27. \int \sqrt{1 - e^x} e^x \, dx .$$

$$28. \int \frac{dx}{\sqrt{1 + e^x}} .$$

$$29. \int \frac{dx}{x \sqrt{3 - \ln^2 x}} .$$

$$30. \int \frac{\sqrt{x}}{x \cdot (x+1)} \, dx .$$

Задача №2. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям.

$$1. \int x \ln(3x + 2) \, dx .$$

$$2. \int \frac{x \, dx}{\sin^2 x} .$$

$$3. \int x 5^x \, dx .$$

$$4. \int (1 - x) \sin x \, dx .$$

$$5. \int \frac{\ln x}{x^3} dx .$$

$$6. \int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx .$$

$$7. \int x \sin 4x dx .$$

$$8. \int x \arctg x dx .$$

$$9. \int \ln(1-x) dx .$$

$$10. \int \frac{x \sin x dx}{\cos^2 x} .$$

$$11. \int e^x \ln(1+3e^x) dx .$$

$$12. \int \frac{x dx}{\cos^2 x} .$$

$$13. \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx .$$

$$14. \int x^3 \ln x dx .$$

$$15. \int x \arcsin \frac{1}{x} dx .$$

$$16. \int x^3 e^{-x^2} dx .$$

$$17. \int (2x+1) \ln x dx .$$

$$18. \int x \cdot \arcsin x dx .$$

$$19. \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx .$$

$$20. \int x \cdot \operatorname{arctg} x dx .$$

$$21. \int x \cdot \arccos x dx .$$

$$22. \int x e^{-2x} dx .$$

$$23. \int \sqrt[4]{x} \ln x dx .$$

$$24. \int x \sin 3x dx .$$

$$25. \int (2+3x) e^{\frac{x}{3}} dx .$$

$$26. \int x \cos x dx .$$

$$27. \int x^3 \ln x dx .$$

$$28. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx .$$

$$29. \int \ln(x^2 + 1) dx .$$

$$30. \int x e^{2x} dx .$$

Задача №3. Найти неопределенный интеграл от рациональной алгебраической дроби.

$$1. \int \frac{2x + 1}{(x + 1)(1 + x^2)} dx .$$

$$2. \int \frac{3x - 5}{x^2 + 8x + 12} dx .$$

$$3. \int \frac{2x + 3}{x^2 + 2x - 3} dx .$$

$$4. \int \frac{3x^2 + 1}{(3 - x)(1 + x^2)} dx .$$

$$5. \int \frac{5x - 2}{5x^2 + 8x + 3} dx .$$

$$6. \int \frac{3x + 2}{6x^2 + 5x + 1} dx .$$

$$7. \int \frac{2x + 3}{2x^2 + 9x + 4} dx .$$

$$8. \int \frac{2x - 5}{5x^2 + 6x + 1} dx .$$

$$9. \int \frac{2x^2 + 3}{(x + 3)(1 + x^2)} dx .$$

$$10. \int \frac{2x + 3}{x^2 - 6x + 8} dx .$$

$$11. \int \frac{x - 6}{x^2 + 6x + 8} dx .$$

$$12. \int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx .$$

$$13. \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 3} dx .$$

$$14. \int \frac{7x - 6}{2x^2 - 6x + 4} dx .$$

$$15. \int \frac{3x + 4}{x^2 + 5x + 6} dx .$$

$$16. \int \frac{2x + 3}{(x - 2)(x + 5)} dx .$$

$$17. \int \frac{4x - 5}{x^2 + 6x + 8} dx .$$

$$18. \int \frac{4x - 3}{x^2 + 5x - 6} dx .$$

$$19. \int \frac{-x+6}{x^2+7x+12} dx.$$

$$20. \int \frac{6x-1}{x^2-4x+5} dx.$$

$$21. \int \frac{x+5}{2x^2+6x+8} dx.$$

$$22. \int \frac{dx}{x^2+4x+13}.$$

$$23. \int \frac{3x+2}{3x^2+4x+1} dx.$$

$$24. \int \frac{x}{x^2+3x+2} dx.$$

$$25. \int \frac{6x+5}{2x^2+5x+3} dx.$$

$$26. \int \frac{3x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$27. \int \frac{3x+1}{2x^2+7x+6} dx.$$

$$28. \int \frac{2x-2}{x^2-2x+2} dx.$$

$$29. \int \frac{2x+5}{3x^2+4x-4} dx.$$

$$30. \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx.$$

Задача №4. Найти неопределенный интеграл методом тригонометрической замены.

$$1. \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 2}.$$

$$2. \int \frac{dx}{3 \cos x + 4 \sin x}.$$

$$3. \int \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x}.$$

$$4. \int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x + 1}.$$

$$7. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}.$$

$$8. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$$

$$9. \int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx.$$

$$10. \int \frac{(2 - \sin x)}{2 + \cos x} dx.$$

$$11. \int \frac{dx}{3 \cos x + 2}.$$

$$12. \int \frac{dx}{3 - 2 \sin x + \cos x}.$$

$$13. \int \frac{\sin 2x}{1 + 4 \cos^2 x} dx.$$

$$14. \int \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{1 - \operatorname{ctg} x} dx.$$

$$15. \int \frac{dx}{2 - \sin x}.$$

$$16. \int \frac{\sin x}{1 - \sin x} dx.$$

$$17. \int \frac{dx}{2 + \cos x}.$$

$$18. \int \frac{dx}{3 - 4 \sin^2 x}.$$

$$19. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}.$$

$$20. \int \frac{dx}{1 + \operatorname{tg} x}.$$

$$21. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$22. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}.$$

$$23. \int \frac{dx}{1 + \operatorname{ctg} x}.$$

$$24. \int \frac{dx}{3 + 5 \sin x + 3 \cos x}.$$

$$25. \int \frac{dx}{1 - \sin x}.$$

$$26. \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x} dx.$$

$$27. \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x - 1}.$$

$$28. \int \frac{dx}{1 - \cos x}.$$

$$29. \int \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx .$$

$$30. \int \frac{dx}{1 + \cos x} .$$

Задача №5. Вычислить определенный интеграл.

$$1. \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x + 1}} .$$

$$2. \int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}} .$$

$$3. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx .$$

$$4. \int_1^e \ln^2 x dx .$$

$$5. \int_1^3 \frac{dx}{x + x^2} .$$

$$6. \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx .$$

$$7. \int_0^{\sqrt{3}} \arctg x dx .$$

$$8. \int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx .$$

$$9. \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} .$$

$$10. \int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{1 - (\ln x)^2}} .$$

$$11. \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx .$$

$$12. \int_1^2 \frac{dx}{x + x^3} .$$

$$13. \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx .$$

$$14. \int_0^1 x e^{-x} dx .$$

$$15. \int_1^e \ln^3 x \, dx .$$

$$16. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx .$$

$$17. \int_1^{e^2} \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}} .$$

$$18. \int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x \, dx .$$

$$19. \int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^4}} .$$

$$20. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx .$$

$$21. \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3}{\left(\frac{5}{8} - x^4\right) \sqrt{\frac{5}{8} - x^4}} dx .$$

$$22. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \, dx}{\sin^2 x} .$$

$$23. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{\ln x}{x \sqrt{1 - (\ln x)^4}} dx .$$

$$24. \int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx .$$

$$25. \int_4^9 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} .$$

$$26. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin^2 x} .$$

$$27. \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^6 + 4}} dx .$$

$$28. \int_{\frac{3}{4}}^{\frac{4}{3}} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 1}} .$$

$$29. \int_{\ln 2}^{2 \ln 2} \frac{dx}{e^x - 1} .$$

$$30. \int_0^1 e^{x + e^x} dx .$$

Тема №5. Дифференциальные уравнения

Задача №6. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1. $y' = x + \sin x$.

2. $(3x - 1) \cdot y' = y^2$.

3. $y' \cdot x = 1 + y$.

4. $(2 + x) \cdot y' = 3 + y$.

5. $y' \cdot x^2 = 1 + y^2$.

6. $y' = xy - y$.

7. $y' \cdot (1 + x^2) = y$.

8. $e^x \cdot y' + e^y = 0$.

9. $y' \cdot (1 + x^2) = 1 + y^2$.

10. $y' \cdot \sqrt{1 - x^2} = y$.

11. $(1 + x) \cdot y' = 1 + y$.

12. $xy' - y = 0$.

13. $y' \cdot e^x = y$.

14. $xy' + y = 0$.

15. $y' \cdot e^{-x} = y$.

16. $yy' + x = 0$.

17. $y' \cdot e^{x^2} = xy$.

18. $2y' \sqrt{x} = y$.

19. $y' \cdot x = \ln x$.

20. $x^2 y' + y^2 = 0$.

21. $y' \cdot x = \sqrt{\ln x}$.

22. $y' = (2y + 1) \cdot \operatorname{ctg} x$.

23. $y' \cdot e^{-x} = y - 3$.

24. $2\sqrt{y} = y'$.

25. $y' \cdot (1 - 2y) = 2y$.

26. $(2x + 1)y' + y^2 = 0$.

27. $y' \cdot \sqrt{1 - x^2} = y$.

28. $yx - y' = 0$.

$$29. y' \cdot \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2.$$

$$30. y y' = x + 3.$$

Задача №7. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка.

$$1. x y' + y - e^x = 0.$$

$$2. x^2 y' + x y + 1 = 0.$$

$$3. y = x (y' - x \cos x).$$

$$4. y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}.$$

$$5. (2x + 1)y' = 4x + 2y.$$

$$6. y' - \frac{2}{x}y = 2x^3.$$

$$7. y' x + x + y = 0.$$

$$8. y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}.$$

$$9. y' - 2xy = x.$$

$$10. y' + y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}.$$

$$11. y' + y = 2e^x.$$

$$12. y' - \frac{1}{x}y = x.$$

$$13. y' - \frac{2}{x}y = x^3.$$

$$14. y' + xy = 3e^{-x}.$$

$$15. y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}.$$

$$16. y' + y = e^{-x}.$$

$$17. y' + 2y = e^{-3x}.$$

$$18. y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$19. x y' + y = x^2.$$

$$20. y' + 2xy = e^{-x^2}.$$

$$21. y' + \sin x \cdot y = e^{\cos x}.$$

$$22. x y' + 2y = x^3.$$

$$23. x y' + 3y = x^2.$$

$$24. y' + \frac{2}{x}y = x.$$

$$25. \operatorname{ctg} x \cdot y' + y = \cos x.$$

$$26. \operatorname{tg} x \cdot y' + y = \sin x.$$

$$27. y' + \operatorname{tg} x \cdot y = \cos^2 x.$$

$$28. y' + \operatorname{ctg} x \cdot y = \sin x.$$

$$29. y' + 2y = e^{-2x}.$$

$$30. x^2 \cdot y' + 2y = e^{\frac{2}{x}}.$$

Задача №8. Найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

$$1. y'' - 4y' + 3y = 2x^2 + 3x - 5. \quad 2. y'' + 4y' + 29y = 2x e^x.$$

$$3. y'' - 7y' + 6y = 2 \sin 3x. \quad 4. y'' - 2y' + 2y = 2 \cos x.$$

$$5. y'' - 3y' + 2y = 0. \quad 6. y'' + 2y' + 5y = 8x^3.$$

$$7. y'' + y' - 2y = e^{3x} (x^2 + x). \quad 8. y'' - 2y = x e^x.$$

$$9. 4y'' - 8y' + 5y = e^{-x} \cos x. \quad 10. y'' - 4y' - 12y = 13 \sin x.$$

$$11. y'' + y' - 12y = 2x e^{-3x}. \quad 12. y'' + 4y' + 13y = (x + 1) e^x.$$

$$13. y'' + y' - 2y = 4x \cos x. \quad 14. y'' + 3y' + 2y = (2x + 6) \sin x.$$

$$15. y'' + 4y' + 4y = e^x \cos 2x. \quad 16. y'' + 2y' - 15y = e^{-2x} \sin 4x.$$

$$17. y'' - y' - 12y = 25 \cos 2x. \quad 18. y'' + y' - 56y = 2e^{3x} \cos x.$$

$$19. y'' - 4y' = 4x^2 + 2x + 3. \quad 20. y'' + 3y' - 4y = 2x^2 x^{-x}.$$

21. $y'' - 9y = 2x e^{-3}$. 22. $y'' + 4y = e^{-2x} \sin 2x$.
23. $y'' + 4y' - 5y = (x^2 + 2)e^x$. 24. $y'' + 4y' - 12y = 2e^{-2x}$.
25. $y'' + y' - 20y = x + 1$. 26. $y'' - 3y' - 10y = 3x \cos x$.
27. $y'' + 6y' - 27 = e^{-4x} \cos 3x$. 28. $y'' + 6y' - 27y = x^2 e^{-x}$.
29. $y'' - 4y' - 45y = x^2 e^x$. 30. $y'' - 3y' - 4y = x e^{-x}$.

Тема №6. Ряды

Задача №9. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$.

1. $u_n = \frac{n+3}{n-2}$.
2. $u_n = \frac{n^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.
3. $u_n = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$.
4. $u_n = \frac{3^n}{(2n)!}$.
5. $u_n = \frac{n^3}{n^n}$.
6. $u_n = \frac{1}{(n+1)(\ln(n+1))^2}$.
7. $u_n = \frac{2n+1}{\sqrt{n} 2^n}$.
8. $u_n = \frac{n^2}{(3n)!}$.
9. $u_n = \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$.
10. $u_n = \frac{n^{n+1}}{(n+1)!}$.
11. $u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$.
12. $u_n = \frac{2^n n!}{n^n}$.

$$13. u_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

$$14. u_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}.$$

$$15. u_n = \ln \frac{n^2 + 1}{n^2}.$$

$$16. u_n = \frac{e^n n!}{n^n}.$$

$$17. u_n = \frac{3^n n!}{n^n}.$$

$$18. u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}.$$

$$19. u_n = \frac{(n+1)!}{2^n n!}.$$

$$20. u_n = \frac{n}{(n+1)!}.$$

$$21. u_n = \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$22. u_n = \left(\frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2.$$

$$23. u_n = \frac{1}{(2n+1)!}.$$

$$24. u_n = \frac{n^n}{(n!)^2}.$$

$$25. u_n = \frac{(2n)!}{3^n}.$$

$$26. u_n = \frac{n^n}{(2n)!}.$$

$$27. u_n = \frac{3^n}{(n+1)!}.$$

$$28. u_n = \frac{n!}{n^n}.$$

$$29. u_n = \frac{(n+1)!}{n^n}.$$

$$30. u_n = \frac{\sqrt[3]{n^4}}{(n+1)!}.$$

Задача №10. Найти интервал сходимости степенного ряда
да $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$.

$$1. a_n = \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!}.$$

$$2. a_n = \frac{2^n}{n(n+1)}.$$

$$3. a_n = \frac{(2n)!}{n^n}.$$

$$4. a_n = \frac{3^n n!}{(n+1)^n}.$$

$$5. a_n = \frac{n}{3^n (n+1)}.$$

$$6. a_n = \frac{5^n}{\sqrt[n]{n}}.$$

$$7. a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

$$8. a_n = \frac{n+1}{3^n (n+2)}.$$

$$9. a_n = \frac{3^n}{\sqrt{2^n (3n-1)}}.$$

$$10. a_n = \frac{n+2}{n(n+1)}.$$

$$11. a_n = \frac{10^n}{\sqrt{n}}.$$

$$12. a_n = \frac{1}{n^n}.$$

$$13. a_n = n!.$$

$$14. a_n = \frac{1}{n \cdot 2^n}.$$

$$15. a_n = \frac{1}{n!}.$$

$$16. a_n = \frac{n}{2^n (n+2)}.$$

$$17. a_n = \frac{2^n (n+1)!}{(n+1)^n}.$$

$$18. a_n = \frac{5^n}{(n+1)(n+2)}.$$

$$19. a_n = \frac{2^n (n+1)!}{(n+2)^n}.$$

$$20. a_n = \frac{\sqrt[5]{(n+1)^n}}{(n+1)!}.$$

$$21. a_n = \frac{n!}{(n+1)^n}.$$

$$22. a_n = \frac{3^{n+1}}{n(n+2)}.$$

$$23. a_n = \frac{2^n}{\sqrt{n+1}}.$$

$$24. a_n = n^n.$$

$$25. a_n = \frac{1}{(2n-1)2^n}.$$

$$26. a_n = (2n)!.$$

$$27. a_n = 3^n.$$

$$28. a_n = \frac{2n-1}{n^2}.$$

$$29. a_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}.$$

$$30. a_n = \frac{n+1}{\sqrt[3]{n}}.$$

Использованная литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М., 2001.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М., Наука, 1990.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. ч.1,2. – М., Наука, Высшая школа, 1999.
4. Щипачев В.С. Задачник по высшей математике. – М., Высшая школа, 1998.
5. Бугров Я.С., Никольский С.Н. Сборник задач по высшей математике. – Ростов на Дону, 1997.

Содержание

Введение.....	4
Типовой расчет №1.....	4
Тема №1. Введение в математический анализ.....	4
Задача №1.....	4
Задача №2.....	5
Задача №3.....	6
Задача №4.....	8
Задача №5.....	10
Задача №6.....	11
Тема №2. Дифференциальное исчисление.....	13
Задача №7.....	13
Задача №8.....	14
Задача №9.....	15
Задача №10.....	16
Задача №11.....	18
Задача №12.....	19
Тема №3. Исследование функции одной переменной.....	21
Задача №13.....	21
Задача №14.....	22
Задача №15.....	24
Задача №16.....	25
Задача №17.....	17
Типовой расчет №2.....	29
Тема №4. Интегральное исчисление.....	29
Задача №1.....	29
Задача №2.....	30
Задача №3.....	32
Задача №4.....	33
Задача №5.....	35
Тема №5. Дифференциальные уравнение.....	37
Задача №6.....	37
Задача №7.....	38
Задача №8.....	39
Тема №6. Ряды.....	40
Задача №9.....	40
Задача №10.....	42
Использованная литература.....	44