

Контрольная работа № 2

ЗАДАЧА 1. Найти интегралы.

1.1. а) $\int \left(\frac{x^2 - 3\sqrt{x}}{x^3} + \frac{1}{x^2 - 5} \right) dx;$

б) $\int \frac{3x^2 dx}{(1 - 5x^3)^3};$

в) $\int (7x - 3)e^{2x} dx;$

1.2. а) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x} - \frac{2}{x^2 + 3} \right) dx;$

б) $\int y\sqrt{3y^2 + 1} dy;$

в) $\int \operatorname{arctg} x dx;$

1.3. а) $\int \left(\frac{2 - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} + \frac{7}{\sqrt{8 - x^2}} \right);$

б) $\int (1 - 3x)e^{2x - 3x^2} dx;$

в) $\int (2x - 3) \cos 4x dx;$

1.4. а) $\int \left(\frac{1 - x^5}{x^4} + \frac{2}{x^2 - 5} \right) dx;$

б) $\int \frac{x dx}{(x^2 + 9)^3};$

в) $\int \sqrt{x^3} \ln x dx;$

1.5. а) $\int \left(\frac{1 - x}{\sqrt{x}} + 3^{x+1} + \frac{1}{10 - x^2} \right) dx;$

б) $\int x \cos(5x^2 - 3) dx;$

в) $\int (3x - 2) \cos 5x dx;$

1.6. а) $\int \left(\frac{3}{\sqrt{5 - x^2}} + \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{x^3} \right) dx;$

б) $\int \frac{2x^2 dx}{5 - 2x^3};$

в) $\int (x^5 + 2x - 1) \ln x dx;$

1.7. а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 2}} \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)\sqrt{\operatorname{arctg} x}};$

в) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx;$

1.8. а) $\int \left(\frac{x + x^2 \cos x - 5}{x^2} + \frac{1}{3 - x^2} \right) dx;$

б) $\int \frac{1 - \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

в) $\int (3x^2 - 2x) \ln x dx;$

1.9. а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{5 - x^2}} + \frac{3}{x + 2} - x\sqrt{x} \right) dx;$

б) $\int \frac{3 \ln^5 x + 5x - 2}{x} dx;$

$$\text{B)} \int (3 - 2x) \cos 7x dx;$$

$$1.10. \text{ a)} \int \left(\frac{1}{x^2 - 7} + 3 \cdot 2^x - \frac{1}{\sqrt{x^5}} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{\sqrt[3]{\arctg x + 3} - x}{x^2 + 1} dx;$$

$$\text{B)} \int (4\sqrt{x} + 3) \ln x dx;$$

$$1.11. \text{ a)} \int \left(\frac{3x^3 - xe^x + 2}{x} - \frac{1}{\sqrt{7 - x^2}} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{3x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$$

$$\text{B)} \int \frac{3 - \ln x}{\sqrt[5]{x^3}} dx;$$

$$1.12. \text{ a)} \int \left(\frac{3 - x \cdot 7^x}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^2 + 3} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int e^{2x^3 - 5} \cdot x^2 dx;$$

$$\text{B)} \int (3 - 4x) \sin \frac{x}{5} dx;$$

$$1.13. \text{ a)} \int \left(\frac{3 - 2 \cos^3 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{8 - x^2} - \sqrt[7]{x^3} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int 3^{5x^2 + 2x - 3} (5x + 1) dx;$$

$$\text{B)} \int (1 - 3x) e^{-3x} dx;$$

$$1.14. \text{ a)} \int \left(\frac{2x - 5}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6}} - 4^{x+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{3 - \sqrt[3]{\tg^2 x}}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{B)} \int (\sqrt{x^3} + 3) \ln x dx;$$

$$1.15. \text{ a)} \int \left(\frac{(x+1)^2}{x^2} + \frac{1}{8 - x^2} - 5^{x+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int e^{3x} (e^{3x} + 5)^7 dx;$$

$$\text{B)} \int (2 - 5x) \sin 5x dx;$$

$$1.16. \text{ a)} \int \left(\frac{x \cdot 3^x + 2\sqrt{x} - 5}{x} + \frac{3}{x^2 + 11} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{x^5 dx}{\sqrt[3]{1 - 5x^6}};$$

$$\text{B)} \int e^x (x^2 + 3x + 2) dx;$$

$$1.17. \text{ a)} \int \left(\frac{2}{\sqrt{2 - x^2}} + (\sqrt[3]{x} - 2)^3 - \frac{1}{x^3} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{\tg^3 x + 5}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{B)} \int (3x^2 - 4x + 3) \ln x dx;$$

$$1.18. \text{ a)} \int \left(\frac{5}{x^2 + 7} - x \cdot \sqrt[3]{x} + 2^{x+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{3x^2 - 2 + e^{1/x}}{x^2} dx;$$

$$\text{B)} \int \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x^4}} dx;$$

1.19. а) $\int \left(\frac{2 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^4}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{(3 \cos x - 5)^5}$;
 в) $\int (x - \pi) \cos \pi x dx$;

1.20. а) $\int \left(\frac{2 - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{2 - x^2}} + 2^{x+2} \right) dx$; б) $\int \frac{3 + (5 \operatorname{ctg} x - 3)^{10}}{\sin^2 x} dx$;
 в) $\int (3 - 8x) e^{-2x} dx$;

1.21. а) $\int \left(\frac{x^2 - 9}{3 - x} + \frac{1}{x^2 - 9} + 2x\sqrt{x} - 3^{x+1} \right) dx$; б) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{3 \sin x - 5}}$;
 в) $\int (2x - 3) e^{4x} dx$;

1.22. а) $\int \left(\frac{(2x + 3)^2}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3 - x^2}} + \frac{5}{x} \right) dx$; б) $\int \frac{2e^{\sqrt{x}} + 3 \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;
 в) $\int (x^2 - x + 3) \ln x dx$;

1.23. а) $\int \left(\frac{2}{x^2 - 2} + (2\sqrt{x} - 5)^2 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} \right) dx$; б) $\int x \sin(3 - 5x^2) dx$;
 в) $\int (2 - x^2) e^{2x} dx$;

1.24. а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4 - 9x^2}} + \frac{3x - 2}{\sqrt[3]{x}} - 2^{x+3} \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 5}$;
 в) $\int (3x^2 - 1) \ln x dx$;

1.25. а) $\int \left(\frac{1 - 5x}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}} - \frac{2^{x+1}}{3^x} \right) dx$; б) $\int \frac{2x - 1}{\sqrt[5]{x^2 - x}} dx$;
 в) $\int (x + 1)^2 \ln(x + 1) dx$;

ЗАДАЧА 2. ВЫЧИСЛИТЬ ИНТЕГРАЛЫ

2.1. а) $\int_0^1 \left(3x^2 - x\sqrt{x} + \frac{3}{x^2 + 5} \right) dx$; 2.2. а) $\int_0^1 \left(3x^5 - 9\sqrt{x^7} + \frac{5}{x + 4} \right) dx$;
 б) $\int_4^9 \frac{y - 1}{\sqrt{y} + 1} dy$; б) $\int_1^e \frac{\ln^3 y + 3}{y} dy$;
 в) $\int_0^\pi (x + \pi) \sin x dx$. в) $\int_0^{\pi/2} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \sin x dx$.

2.3. а) $\int_0^1 (\sqrt{x} - 2)^2 dx$; 2.4. а) $\int_1^2 \left(\frac{4 + 3x^2 - 2x^3}{x^2} + \frac{1}{x + 2} \right) dx$;

$$\text{б)} \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{y}}}{y^2} dy;$$

$$\text{в)} \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}.$$

$$2.5. \text{ а)} \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx;$$

$$\text{б)} \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3};$$

$$\text{в)} \int_1^e x^3 \cdot \ln x dx.$$

$$2.7. \text{ а)} \int_0^3 \left(3x^2 - \sqrt{x^3} + \frac{5}{x^2 - 4} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_1^e \frac{\ln^2 x + 2}{x} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\pi/2} (x - \pi) \cos 2x dx.$$

$$2.9. \text{ а)} \int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 e^{2x} (2x - 3) dx.$$

$$2.11. \text{ а)} \int_0^2 \left(4x^3 - 2^x + \frac{5}{x^2 + 4} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\pi/2} (2x + 1) \cos 3x dx.$$

$$2.13. \text{ а)} \int_0^1 \left(6x^5 - 5\sqrt{x^3} + \frac{5}{x^2 - 4} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{x^2}{(2x^3 + 1)^5} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 (4 - 3x) e^{-3x} dx.$$

$$2.6. \text{ а)} \int_{-1}^1 \left(4x^3 - 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x^2 + 2} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{3 - \arctg^3 x}{1+x^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\pi/2} (2x - \pi) \sin 2x dx.$$

$$2.8. \text{ а)} \int_0^1 \left(\left(\sqrt{x^3} + 4 \right)^2 + \frac{3}{x^2 + 2} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 16} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 (\pi - 2x) \cos \frac{\pi}{2} x dx.$$

$$2.10. \text{ а)} \int_0^1 \left(5x^4 + 7\sqrt{x^5} + \frac{2}{x^2 + 9} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{e^x}{(2e^x + 5)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_1^e (3x^2 + 4x) \ln x dx.$$

$$2.12. \text{ а)} \int_1^2 \left(\frac{2x^2 - 5xe^x + 1}{x} + \frac{1}{3 - x^2} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(2 \sin x + 1)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_1^e (2 - 3x^2) \ln x dx.$$

$$2.14. \text{ а)} \int_1^4 \left(\frac{(2x+1)^2}{x} - \frac{1}{x^2 - 2} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\arcsin^3 x}{1-x^2}} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 e^{3x} (3-2x) dx.$$

$$2.15. \text{ а)} \int_0^1 \left(\frac{3}{x+1} - 5x\sqrt{x} + \frac{2}{x^2-9} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{x}{2x^2+5} dx;$$

$$\text{в)} \int_1^e (x^5+3) \ln x dx.$$

$$2.17. \text{ а)} \int_1^2 \left(\frac{x^2-5}{x^2} + 2x-2 \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - 2 \sin x}{\sin^3 x} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 (5-x)e^{-2x} dx.$$

$$2.19. \text{ а)} \int_1^4 \left(\frac{(2-x)^2}{x\sqrt{x}} - \frac{3}{x+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{x}{(x^2+2)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 (x+\pi) \sin \frac{\pi x}{2} dx.$$

$$2.21. \text{ а)} \int_1^2 \left(2x - \frac{4}{x^2} + \ln 2 \cdot 2^x \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x+1)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_1^e (\sqrt[3]{x}-2) \ln x dx.$$

$$2.23. \text{ а)} \int_0^1 \left(4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{x} + \frac{2}{x^2+16} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{x}{(3x^2-2)^3} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^1 (3x-2)e^{5x} dx.$$

$$2.16. \text{ а)} \int_1^8 \left((2\sqrt[3]{x}-1)^3 + \frac{2}{\sqrt{2-x^2}} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{3 \sin x-2} dx;$$

$$\text{в)} \int_1^e (\sqrt{x}+1) \ln x dx.$$

$$2.18. \text{ а)} \int_0^1 \left(4x - 10\sqrt{x^3} + \frac{x+3}{x+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{y-4}{(y^2+3)} dy;$$

$$\text{в)} \int_0^{\pi} (3x-\pi) \cos \frac{1}{2} x dx.$$

$$2.20. \text{ а)} \int_0^1 \left((3\sqrt{x}-2)^2 + \frac{x^2}{x^2-5} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{(\cos x+2) dx}{\sin^2 x};$$

$$\text{в)} \int_1^e \frac{1-\ln x}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

$$2.22. \text{ а)} \int_1^2 \left(\frac{(x^2+2)^2}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_1^e \frac{\ln^5 y + 3}{y} dy;$$

$$\text{в)} \int_0^{\pi} \left(3x + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$2.24. \text{ а)} \int_0^1 \left(2\sqrt{x} - \frac{3-\sqrt{x^2+2}}{x^2+2} + 3^x \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^2 \frac{y^2}{\sqrt{y^3+1}} dy;$$

$$\text{в)} \int_0^\pi (3x - \pi) \cos x dx.$$

$$\text{б)} \int_0^1 \frac{\sqrt[3]{\arctg^4 x}}{1+x^2} dx;$$

$$\text{в)} \int (5x-2)e^{-5x} dx.$$

$$2.25. \text{ а)} \int_0^1 \left((x\sqrt{x}+2)^2 + \frac{1}{x^2+1} \right) dx;$$

$$\text{б)} \int_{-1}^1 \frac{2y + \arctg^5 y}{y^2+1} dy;$$

$$\text{в)} \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

ЗАДАЧА 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$3.1. y = (x+1)^2, y = -x+1.$$

$$3.2. y = \frac{1}{x^2+1} \text{ и } y = \frac{1}{2}x^2.$$

$$3.3. y = x^2/2, y = x^3/8.$$

$$3.4. y = 3-2x-x^2, y = 0.$$

$$3.5. y^2 = x+1 \text{ и } y^2 = 9-x.$$

$$3.6. y = 3+2x-x^2 \text{ и } y = x^2-4x+3.$$

$$3.7. y = \frac{6}{x}, x+y=7.$$

$$3.8. 3x-y=0, y=4-x^2.$$

$$3.9. y = 4-x^2 \text{ и } x+y=2.$$

$$3.10. y = \frac{x^3}{4}, y = 2x.$$

$$3.11. y = (x+1)^2, y = (x-1)^2.$$

$$3.12. y = 2x-x^2, y = -x+2, x=0.$$

$$3.13. y = 3x^2+1, y = 3x+7.$$

$$3.14. y = 3x-x^2, y+x=3, x=0.$$

$$3.15. y = 5-x^2, y = 3-x.$$

$$3.16. y = 4-x^2, y = 8-2x^2.$$

$$3.17. xy=4, x+4y-10=0.$$

$$3.18. y = x^2+2x, y = 2-x; x=0; x=-2.$$

$$3.19. y = 2x-x^2, y = 5x-4.$$

$$3.20. y = 2 - \frac{x^2}{2}, y+x=2.$$

$$3.21. y = \sqrt{x}, x+y=2, y=0.$$

$$3.22. y = x^2+1; y = 9-x^2.$$

$$3.23. y = x, y = \frac{1}{8}x, y = \frac{1}{x^2}.$$

$$3.24. y = x^2+2x-3, y = 1-x.$$

$$3.25. y = x^3+2, y = 2-x^2.$$

Задача 4. Найти решения уравнений. В тех задачах, в которых заданы начальные условия, найти решения, удовлетворяющие этим условиям.

4.1. а) $(xy^2 + x)dx = (y - x^2y)dy$;

б) $(1 + x^2)y' - xy = 2x$, если $y = 0$ при $x = 0$.

4.2. а) $\sqrt{1 - x^2} dy - \sqrt{1 - y^2} dx = 0$;

б) $y' - \frac{3}{x}y = x$, если $y = 1$ при $x = 1$.

4.3. а) $\cos x \sin y dy = \cos y \sin x dx$

б) $2y' - y = e^x$, если $y = 5$ при $x = 0$.

4.4. а) $e^x(1 + e^y)dx + e^y(1 + e^x)dy = 0$;

б) $\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2}$, если $y = 0$ при $x = 2$.

4.5. а) $(xy + x)\frac{dx}{dy} = 1$;

б) $xy' - y = x^2 \cos x$, если $y = \frac{\pi}{2}$ при $x = \frac{\pi}{2}$.

4.6. а) $(1 + x^2)dy - (xy + x)dx = 0$;

б) $xy' + y = \sin x$, если $y = \frac{1}{\pi}$ при $x = \frac{\pi}{2}$.

4.7. а) $x^2y' = 3y + 2xy$;

б) $x^2y' + 2xy = -4$, если $y = -\frac{1}{2}$ при $x = -1$.

4.8. а) $y' \operatorname{tg} x = 1 + y$, если $y = -\frac{1}{2}$ при $x = \frac{\pi}{6}$;

б) $xy^2y' = x^3 + y^3$.

4.9. а) $(1 + y^2)dx = xydy$, если $y = 1$ при $x = 1$;

б) $xy' - 3y = x^4$.

4.10. а) $(1 - x^2)y' + xy = 0$, если $y = 4$ при $x = 0$;

б) $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$.

4.11. а) $dy + y \operatorname{tg} x dx = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$;

б) $y' - 3y = e^{-x}$.

4.12. а) $\cos x \sin y dy = \cos y \sin x dx$, если $y = \pi$ при $x = \pi$;

$$\text{б) } y' + 2xy = 2xe^{x^2}.$$

$$4.13. \text{ а) } 3y' = \frac{1+x^2}{y^2};$$

$$\text{б) } \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} - 2y = (1-x^2) \cdot e^{x^2}.$$

$$4.14. \text{ а) } \sqrt{y} dx + x^2 dy = 0;$$

$$\text{б) } y' \cos x + y \sin x = 1.$$

$$4.15. \text{ а) } y' = xe^{-y}, \text{ если } y = 0 \text{ при } x = 1;$$

$$\text{б) } (x+1) \frac{dy}{dx} - 2y = (x+1)^4.$$

$$4.16. \text{ а) } y' = 2x(y-1)^3;$$

$$\text{б) } (x+1)y' + y = \cos x.$$

$$4.17. \text{ а) } x^2 + x^2 y = y^2 y';$$

$$\text{б) } xy' - y = -x.$$

$$4.18. \text{ а) } x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0;$$

$$\text{б) } y' + y = e^{-x}.$$

$$4.19. \text{ а) } xyy' = 1 - x^2;$$

$$\text{б) } xy' + y = \sin x.$$

$$4.20. \text{ а) } (xy^2 + x) dx + (y - x^2 y) dy = 0;$$

$$\text{б) } xy' + y = \sin x, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$4.21. \text{ а) } yy' + xe^y = 0, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 0;$$

$$\text{б) } y' - y \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x.$$

$$4.22. \text{ а) } x(y^2 + 1) dx + (1 + x^2) dy = 0, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 0;$$

$$\text{б) } x^2 y' - 2xy = 3.$$

$$4.23. \text{ а) } (x^2 + 1)y' + 4xy = 0, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 0;$$

$$\text{б) } xy' - xy = (1 + x^2)e^x.$$

$$4.24. \text{ а) } x\sqrt{9-y^2} dx - y\sqrt{4+x^2} dy = 0, \text{ если } y = 0 \text{ при } x = 0;$$

$$\text{б) } (x+1)y' - 2y = (x+1)^4.$$

$$4.25. \text{ а) } \sqrt{1+\ln y} dy + xy dx = 0, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = 1;$$

$$\text{б) } (1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2.$$

ЗАДАЧА 5 . Найти решения уравнений. В тех задачах, в которых заданы начальные условия, найти решения, удовлетворяющие этим условиям.

5.1. а) $y'' + 5y' + 6y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) $y'' + 16y = 0$;

в) $y'' + 6y' + 9y = 0$.

5.2. а) $y'' - 2y' = 0$, если $y(0) = \frac{3}{2}$, $y'(0) = 1$;

б) $y'' + 8y' + 16y = 0$;

в) $y'' + 6y' + 25y = 0$.

5.3. а) $y'' + 8y' + 15y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

б) $y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' - 10y' + 25y = 0$.

5.4 .а) $y'' + 3y' = 0$;

б) $y'' + 9y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 6$;

в) $y'' + 12y' + 36y = 0$.

5.5. а) $y'' + 14y' + 49y = 0$;

б) $y'' + 4y' = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

5.6. а) $y'' + 4y = 0$;

б) $y'' - 2y' - 8y = 0$;

в) $y'' - 8y' + 16y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$.

5.7. а) $y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$;

б) $y'' + 8y' + 16y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' + 16y = 0$.

5.8. а) $y'' + 2y' + 5 = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' - 2y = 0$;

в) $y'' - 14y' + 49y = 0$.

5.9. а) $y'' - y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$;

б) $y'' + 64y = 0$;

в) $y'' - 20y' + 100y = 0$.

5.10.а) $y'' - 8y' + 20y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 8$;

б) $y'' - 7y' + 12y = 0$;

в) $y'' - 2y' + y = 0$.

5.11. а) $y'' + 3y' - 4y = 0$;

- б) $y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;
- в) $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$.
- 5.12. а) $y'' - 9y' + 14y = 0$;
- б) $y'' - y = 0$;
- в) $y'' - 10y' + 25y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 8$.
- 5.13. а) $y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = -1$, $y'(0) = 3$;
- б) $y'' + 9y = 0$;
- в) $y'' + 22y' + 121y = 0$.
- 5.14. а) $y'' - y = 0$;
- б) $y'' - 6y' + 45y = 0$;
- в) $y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.
- 5.15. а) $y'' - 2y' + 2y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$;
- б) $y'' + 2y' = 0$;
- в) $y'' + 2y' + y = 0$.
- 5.16. а) $y'' + 6y' + 8y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;
- б) $y'' + 16y = 0$;
- в) $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$.
- 5.17. а) $y'' + 4y' + 8y = 0$;
- б) $y'' - 9y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$;
- в) $9y'' + 6y' + 1 = 0$.
- 5.18. а) $y'' - y' - 2y = 0$, если $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$;
- б) $16y'' + 8y' + y = 0$;
- в) $y'' + 25y = 0$.
- 5.19. а) $y'' - 8y' + 7 = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;
- б) $y'' + 16y = 0$;
- в) $25y'' - 10y' + y = 0$.
- 5.20. а) $y'' - 5y' + 4y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;
- б) $49y'' + 14y' + y = 0$;
- в) $y'' + 121y = 0$.
- 5.21. а) $y'' + 2y' - y = 0$;
- б) $y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;
- в) $y'' - 2y' + 2y = 0$.
- 5.22. а) $2y'' - 3y' - 5y = 0$;

б) $y'' + 4y = 0$, если $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2$;

в) $64y'' - 16y' + y = 0$.

5.23. а) $y'' + 6y' + 5y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 81y = 0$;

в) $4y'' + 4y' + y = 0.5$

5.24. а) $y'' + 8y' + 7y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 4y = 0$;

в) $16y'' + 8y' + y = 0$.

5.25. а) $y'' + y' = 0$, если $y(0) = y(0) = 1$;

б) $y'' + 16y = 0$;

в) $y'' + 26y' + 169y = 0$.

ЗАДАЧА 6. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения, используя метод подбора коэффициентов частного решения (метод неопределенных коэффициентов)

6.1. $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)$.

6.2. $y'' - 4y' + 4y = 3 \cdot e^x$.

6.3. $y'' + 6y' + 34y = 5 \cdot e^{-3x}$.

6.4. $9y'' + 24y' + 16y = -5 \cdot e^{3x}$.

6.5. $y'' + 2y' + 2y = 1 + x$.

6.6. $y'' - 3y' + 2y = 5 \cdot e^x$.

6.7. $y'' - 3y' + 2y = 10 \cdot e^{-x}$.

6.8. $y'' - 2y' + y = x^2 + 2x$.

6.9. $y'' + 6y' + 34y = 5 \cdot e^{-x}$.

6.10. $y'' + y' = 2x - 3$.

6.11. $y'' - 4y' + 4y = \sin 6x$.

6.12. $y'' + 2y' = -2e^x$.

6.13. $y'' + y' - 2y = x^2 - 5$.

6.14. $y'' + y = 2\cos 7x + 3\sin 7x$.

6.15. $y'' - y' = x + 2$.

6.16. $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$.

6.17. $y'' + 6y' + 34y = 5x^2$

6.18. $y'' - 4y' + 8y = 5\sin x - 3\cos x$.

6.19. $y'' + 2y' + y = x^2 - 1$.

6.20. $y'' + 2y' = 3e^x$.

6.21. $y'' - y' = 2x + 3$.

6.22. $y'' - 4y' + 4y = 3e^x$

6.23. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}$.

6.24. $3y'' + y' = 6x - 1$.

6.25. $y'' - 6y' + 9y = x^2 + 2x$.

Задача 7. Вычислить двойной интеграл.

7.1. $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = -\sqrt{x}, y = x^2$.

- 7.2. $\iint_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$.
- 7.3. $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$.
- 7.4. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.5. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.6. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2$.
- 7.7. $\iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.8. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$.
- 7.9. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^3$.
- 7.10. $\iint_D (4xy + 3x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
- 7.11. $\iint_D (12xy + 3x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$.
- 7.12. $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$.
- 7.13. $\iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.14. $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.15. $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2$.
- 7.16. $\iint_D (xy - 9x^5y^5) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2$.
- 7.17. $\iint_D (24xy - 48x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
- 7.18. $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}$.
- 7.19. $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$.
- 7.20. $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.21. $\iint_D (44xy + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.
- 7.22. $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2$.

$$7.23. \iint_D (xy - 9x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2.$$

$$7.24. \iint_D (xy - 4x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}.$$

$$7.25. \iint_D (4xy + 176x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2.$$

Задача 8. Выполнить указанные действия:

$$1. \quad (i)^{43} + \frac{2}{2+3i};$$

$$2. \quad (2-4i)^2 + \frac{4+2i}{i};$$

$$3. \quad (i)^{12} + \frac{2+i}{3-i};$$

$$4. \quad \frac{3-4i}{4+3i} + 3 + (i)^{17};$$

$$5. \quad \frac{2i+7}{2+i} + (i)^7;$$

$$6. \quad (i)^{22} + \frac{7+5i}{1-2i};$$

$$7. \quad \frac{7-5i}{1-2i} + i(1-i);$$

$$8. \quad \frac{7-2i}{2+i} + (i)^{11};$$

$$9. \quad \frac{5}{1+2i} + (i)^{18};$$

$$10. \quad \frac{1+i}{1-i} + (i)^4;$$

$$11. \quad -\frac{12}{5-i} + i(2+i)^2;$$

$$12. \quad (i)^{23} - \frac{17-6i}{3-4i};$$

$$13. \quad \frac{4}{1+\sqrt{3}i} + \frac{\sqrt{3}}{i};$$

$$14. \quad (3i+2) \cdot (-i)^9 + \frac{i+1}{i-1};$$

$$15. \quad (1+2i) \cdot (i)^{21} + \frac{5-i}{i};$$

$$16. \quad (0,2-0,3i) \cdot (0,5+0,6i) + (i)^{26};$$

$$17. \quad (3+\sqrt{3}i) \cdot (3-\sqrt{3}i) + (i)^{33};$$

$$18. \quad \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i};$$

$$19. \quad (i)^{37} + \frac{7+5i}{1-2i};$$

$$20. \quad (i)^{25} - \frac{3-4i}{4-3i};$$

$$21. \quad \frac{32}{1+3\sqrt{3}i} - \frac{3\sqrt{7}}{2i};$$

$$22. \quad \frac{1-i^2}{(1+i)^2} + 3+i;$$

$$23. \quad (i)^{44} - \frac{1-i}{i};$$

$$24. \quad (-0,5 - 0,5\sqrt{3}i)^2 + 0,5\sqrt{3}(i)^{35};$$

$$25. \quad \left(\frac{1 + \sqrt{7}i}{2} \right)^4.$$

Задача 9. Представить
комплексное число в
тригонометрической форме:

$$1. \quad 1+i;$$

$$2. \quad 1-i;$$

$$3. \quad -1+i;$$

$$4. \quad -1-i;$$

$$5. \quad -2i;$$

$$6. \quad 3-3i;$$

$$7. \quad -\sqrt{3}+i;$$

$$8. \quad -\sqrt{2}-\sqrt{2}i;$$

$$9. \quad \sqrt{3}+i;$$

$$10. \quad 0,5+0,5\sqrt{3}i;$$

$$11. \quad -\sqrt{3}+\sqrt{3}i;$$

$$12. \quad 3\sqrt{3}-3i;$$

$$13. \quad 0,5-0,5i;$$

$$14. \quad 4i;$$

$$15. \quad -0,7+0,7i;$$

$$16. \quad 1-\sqrt{3}i;$$

$$17. \quad -2+2i;$$

$$18. \quad 3i;$$

$$19. \quad -1,2;$$

$$20. \quad \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i;$$

$$21. \quad -\sqrt{2}-\sqrt{6}i;$$

$$22. \quad \sqrt{3}-i;$$

$$23. \quad -\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2i;$$

$$24. \quad -5i;$$

$$25. \quad 3-3\sqrt{3}i.$$