



НОУ СПО
Челябинский юридический колледж

УТВЕРЖДАЮ
Председатель ПЦК
Кондаков С.А.

« ____ » _____ 2014 г.

Задания к контрольной работе
по дисциплине Математика
для студентов заочной формы обучения
с применением дистанционных образовательных технологий
специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

Челябинск
2014

ОДОБРЕНА

на заседании предметно-цикловой
комиссии «Математики, информатики и
вычислительной техники»

Протокол № 1 от 24 сентября 2013 г.

Председатель предметно-цикловой
комиссии

_____С.А.Кондаков

Составлены на основе федерального
государственного образовательного
стандарта СПО в соответствии с
учебным планом и рабочей
программой дисциплины
«Математика» по специальности
38.02.01 «Экономика и бухгалтерский
учет (по отраслям)»

Составитель: С.А.Кондаков

преподаватель предметно-цикловой
комиссии «Математики, информатики
и вычислительной техники»
Челябинского юридического колледжа

Рецензенты: Г.В. Киреева

преподаватель математики
Челябинского юридического колледжа

М.В. Булгакова

преподаватель математики Южно-
Уральского профессионального
института

Пояснительная записка

Учебная дисциплина «Математика» относится математическому и общенатурально-научному циклу.

Главной целью изучения дисциплины «Математика» является формирование у студентов практических навыков математической культуры, подразумевающих овладение разнообразными приемами точного, последовательного, обоснованного мышления и приобретаемых посредством решения задач и упражнений. Формирование практических навыков математического мышления: анализируются графики различных зависимостей, отмечаются их особенности, проводится математическая обработка тех или иных статистических данных.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы;

- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

- основы интегрального и дифференциального исчисления.

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

овладеть общими компетенциями, включающими в себя способность

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности.

ОК 3. Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 5. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 8. Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.

ОК 9. Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.

профессиональными компетенциями, соответствующие основным видам профессиональной деятельности

ПК 1.1. Составлять земельный баланс района

ПК 1.3. Готовить предложения по определению экономической эффективности использования имеющегося недвижимого имущества.

ПК 1.6. Анализировать варианты применения моделей территориального управления.

ПК 1.7. Определять инвестиционную привлекательность проектов застройки территорий.

ПК 2.1. Выполнять комплекс кадастровых процедур.

ПК 2.2. Определять кадастровую стоимость земель.

ПК 3.1. Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы.

ПК 4.1. Осуществлять сбор и обработку необходимой и достаточной информации об объекте оценки и аналогичных объектах.

ПК 4.2. Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки.

ПК 4.3. Обобщать результаты, полученные подходами, и давать обоснованное заключение об итоговой величине стоимости объекта оценки.

ПК 4.4. Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками.

ПК 4.5. Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией.

ПК 5.1. Организовывать свою деятельность как индивидуального предпринимателя (кадастрового инженера) или коллектива организации в соответствии с вышеприведенными видами деятельности.

Контрольная работа проводится в целях закрепления полученных теоретических знаний и выработки навыков их применения при решении задач.

Перед выполнением заданий необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, а также со списком информационного обеспечения. Контрольная работа составлена в 10 вариантах, каждый из которых содержит 6 заданий.

Номер варианта контрольной работы зависит от номера студенческого билета (определяется по последней цифре). Например:

Номер студенческого билета	Номер выполняемого варианта
№ 111	Первый
№ 112	Второй
№ 113	Третий
№ 114	Четвертый
№ 115	Пятый

№ 116	Шестой
№ 117	Седьмой
№ 118	Восьмой
№ 119	Девятый
№ 120	Десятый

Контрольная работа оформляется в тетради в клеточку, после выполнения заданий составляется таблица.

№	1а	1б	1в	1г	2а	2б	3	4а	4б	4в	5а	5б	5в	6а	6б	6в
отметка о выполнении																

Критерии оценок

Контрольная работа оценивается по пятибалльной системе.

5 баллов – контрольная работа выполнена в объёме 91%-100%, сделаны пояснения к решениям, аккуратно оформлена.

4 балла – контрольная работа выполнена в объёме 75%-90%, сделаны пояснения к решениям, аккуратно оформлена.

3 балла – контрольная работа выполнена в объёме 51%-74%, сделаны частичные пояснения, аккуратно оформлена.

2 балла – контрольная работа выполнена в объёме менее 51%.

Задание № 1

Вычислить пределы:

Вариант № 1			
a) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{2x^3 + 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x+1}\right)^x$
Вариант № 2			
a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{8 + x^3}{x + 2}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^2 - x^5}{7 + x^5}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^x$
Вариант № 3			
a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - 11}{8x^2 + 5}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x - 9x^2}{x^2 + 4x - 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x^2 + 3}\right)^x$
Вариант № 4			
a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{3 - x}$	б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7 - x}{18 + x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5x}{3x^2 + 7}\right)^x$
Вариант № 5			
a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{2x^3 + 3}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^6 x}{x^6}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{2 + x}\right)^x$
Вариант № 6			
a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x} + 2}{\sqrt{2 - x} - 3}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x + 7}{x^2 - 3x - 5}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 2}{x + 2}\right)^x$
Вариант № 7			
a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - x}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + x}{x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + x + 1}\right)^x$
Вариант № 8			
a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 + x}{x^2 + 4x + x}$	б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x^2 + 5}{4x^2 - 9}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{10}}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7x}{7 + x^2}\right)^x$
Вариант № 9			
a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^3 - 27}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x}{3x + 2}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3 + 1}\right)^x$

Вариант № 10			
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} + x^4 - 1}{\sqrt{x+1} + x}$	б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-8}{8x}$	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{7}}{x}$	г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+7} \right)^x$

Задание № 2

Продифференцировать функцию:

Вариант № 1	
a) $y(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{4}{x} + 0,9$	б) $y = \sqrt{4-x^2} + tg^2 3x$
Вариант № 2	
a) $z(x) = \frac{1}{4} - 0,5 + 3x^2 - \frac{1}{x^3} + x^4$	б) $y = \sqrt[3]{(x^3+1)^2} + tg^2 \sqrt{x}$
Вариант № 3	
a) $t(x) = 2 \sin x + 5x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{3}$	б) $y = \sqrt{\sin 2x} + tg^5 \frac{x}{2}$
Вариант № 4	
a) $h(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \cos x - 0,09$	б) $y = \sin^3 5x^2 + \frac{1}{3}tg^3 \frac{x}{3}$
Вариант № 5	
a) $g(x) = 4tgx + 4x^3 - 4 \cdot \frac{2}{x^2} + \frac{\sqrt{2}}{5}$	б) $y = tgx \cdot \sin^2 x$
Вариант № 6	
a) $f(x) = \frac{x^6}{6} + 5x^4 - ctgx + \sqrt{7}x$	б) $y = \arcsin \frac{2x^3}{1+x^6}$
Вариант № 7	
a) $p(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x^{2,5}$	б) $y = \arccos \frac{9-x^2}{9+x^2}$
Вариант № 8	
a) $q(x) = 7 \sin x - 5 \cos x + 4x^{-5} + \frac{2}{3}$	б) $y = 5x^4 \cdot \ln(x^5 + 3)$
Вариант № 9	
a) $r(x) = x^{-3} + x^{-2} - x^{-1} + 2,5x + 0,161$	б) $y = \frac{1}{ctg^2 x} + \frac{1}{\sqrt[3]{ctgx}}$

Вариант № 10

а) $\varphi(x) = \sqrt{225x^2} + \frac{15}{x} + \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$

б) $y = \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} + \frac{1}{\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}}$

Задание № 3

Исследовать функцию и построить ее график:

Вариант № 1	$y = \frac{1}{x^2 - 2}$
Вариант № 2	$y = \frac{2}{9 - x^2}$
Вариант № 3	$y = \frac{3}{x + 5}$
Вариант № 4	$y = \frac{4}{5x - 10}$
Вариант № 5	$y = \frac{5}{1 - x^2}$
Вариант № 6	$y = \frac{6}{x - 7}$
Вариант № 7	$y = \frac{7}{16 - x^2}$
Вариант № 8	$y = \frac{8}{2x - 3}$
Вариант № 9	$y = \frac{9}{3x - x^2}$
Вариант № 10	$y = \frac{10}{x^2 + 7x}$

Задание № 4

Вычислить неопределенный интеграл:

Вариант № 1		
$\int (3x^4 - 5x^2 + 6x - 7)dx$	$\int \left(\frac{5}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$	$\int \left(6 \cos x - \frac{4}{1+x^2} \right) dx$
Вариант № 2		
$\int (x^3 \sqrt{x} - \frac{6}{x^2}) dx$	$\int \frac{x^4 dx}{1+x^2}$	$\int (e^x + 7x^2) dx$
Вариант № 3		
$\int x^3 \sqrt[4]{x} dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$	$\int (4x - 7)^8 dx$
Вариант № 4		
$\int \frac{x^3 + 3x^2 - \sqrt[3]{x} + 1}{x\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{(x^6 + 1) dx}{x^2 + 1}$	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{8x - 15}}$
Вариант № 5		
$\int \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4} dx$	$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$	$\int x e^x dx$
Вариант № 6		
$\int \left(\frac{3}{\cos^2 x} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx$	$\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1} dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5x - 3}}$
Вариант № 7		
$\int (6 \cos x - 7 \sin x) dx$	$\int \operatorname{tg}^2 x dx$	$\int x^2 \sin 2x dx$
Вариант № 8		
$\int \frac{\sqrt{1-x^2} + 1 + x^2}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}} dx$	$\int \operatorname{ctg} x dx$	$\int \sqrt{6x + 11} dx$
Вариант № 9		
$\int \left(8 \sin x - \frac{9}{\cos^2 x} \right) dx$	$\int \frac{x^2 - 4x\sqrt{x} + 4x}{(\sqrt{x} - 2)^2} dx$	$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx$
Вариант № 10		
$\int \left(\frac{6}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{3}{1+x^2} \right) dx$	$\int (x^3 + 3^x) dx$	$\int x \sin x^2 dx$

Задание № 5

Вычислить определенный интеграл:

Вариант № 1		
a) $\int_0^1 (5x^4 - 8x^3) dx$	б) $\int_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x} dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$
Вариант № 2		
a) $\int_{-1}^1 (6x^3 - 5x) dx$	б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9) dx$	$\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{25 - x^2}}$
Вариант № 3		
a) $\int_1^3 (x^2 - 2x) dx$	б) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 2x} dx$	В) $\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}$
Вариант № 4		
a) $\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$	б) $\int_1^6 \frac{6x}{\sqrt{x}} dx$	В) $\int_{-1}^1 (x + 4)^3 dx$
Вариант № 5		
a) $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$	б) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)^2 dx$	В) $\int_1^4 \left(x + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx$
Вариант № 6		
a) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin x dx$	б) $\int_1^3 (x^2 - 3x + 4) dx$	В) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{3x + 4}}$
Вариант № 7		
a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{4}{\cos^2 2x} dx$	В) $\int_0^2 (1 + 2x)^3 dx$
Вариант № 8		
a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2} dx$	б) $\int_{-1}^2 x^4 dx$	В) $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left(\sin \frac{x}{4} + \cos \frac{x}{4} \right)^2 dx$
Вариант № 9		
a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3} dx$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$	В) $\int_{-2}^6 \frac{dx}{\sqrt{x + 3}}$
Вариант № 10		
a) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 8 \cos x dx$	б) $\int_1^3 x^3 dx$	В) $\int_0^{3\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{9}}$

Задание № 6

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиками функций:

Вариант № 1		
а) $y = x^4; x = -1; x = 1$	б) $y = -x^2 - 4x$	в) $y = \sin x; x = \frac{\pi}{4}; x = 0$
Вариант № 2		
а) $y = x^2 - 4x + 5; x = 0; x = 4$	б) $y = \sqrt{x}; x = 0; x = 1$	в) $y = \cos x; x = \frac{\pi}{2}; x = 0$
Вариант № 3		
а) $y = -2x; x = 3$	б) $y = x^2 - 4x + 5; y = 5$	в) $y = \sin x; x = \frac{\pi}{2}; x = 0$
Вариант № 4		
а) $y = -2x; x = 1$	б) $y = 1 - x^3$	в) $y = 1 - x; y = 3 - 2x - x^2$
Вариант № 5		
а) $y = -2x; x = -2$	б) $y = -x^2 - 2x$	в) $y = \cos x; x = -\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2}$
Вариант № 6		
а) $y = x; x = -2$	б) $y = 1 + x^3$	в) $y = x^2; y = \frac{1}{x^2}; x = 2$
Вариант № 7		
а) $y = 2x; x = -2$	б) $y = -x^2 - x$	в) $y = \sin x; x = \frac{5\pi}{4}; x = 0$
Вариант № 8		
а) $y = x^2; y = \frac{1}{x^2}; x = -2$	б) $y = -x^2 + 4$	в) $y = \sqrt{x} \quad x = 1; x = 4;$
Вариант № 9		
а) $y = 3x; x = -1$	б) $y = -x^2 + 9$	в) $y = \cos x; x = -\frac{\pi}{2}; x = 0$
Вариант № 10		
а) $y = -2x; x = -4$	б) $y = -x^2 - 3x$	в) $y = \cos x; x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$

Образцы решения задач

к заданию № 1

Пример № 1

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x+5}{x-5} = \frac{3 \times 7 + 5}{7-5} = 13,$$

Пример № 2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{x-1} = \infty$$

Пример № 3

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x})}{(x^2 - 4)(\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x})} = \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x})} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x+2)(\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x})} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Пример № 4

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + 3\left(\frac{3}{2}\right)^x}{1 + \left(\frac{3}{2}\right)^x} = \frac{2+0}{1+0} = 2$$

Пример № 5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sin x}{x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{\sin x}{x}}{1 - \frac{\cos x}{x}} = \frac{4+0}{1-0} = 4$$

Пример № 6

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y = e$$

Пример № 7

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{5}{x}\right)^{\frac{x}{5}}\right]^{\frac{5}{x} \times 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{5}{x}\right)^{\frac{x}{5}}\right]^{15} = e^{15}$$

Пример № 8

$$\lim_{y \rightarrow 0} (1 - 3y)^{\frac{2}{y}} = \lim_{y \rightarrow 0} \left[(1 - 3y)^{-\frac{1}{3y}}\right]^{-3y \frac{2}{y}} = \lim_{y \rightarrow 0} \left[(1 - 3y)^{-\frac{1}{3y}}\right]^{-6} = e^{-6}$$

Пример № 9

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1}\right)^{4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(2x-1)-2}{2x-1}\right)^{4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{2x-1}\right)^{4x} = \lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{\frac{4}{y} + 2} =$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{-\frac{4}{y}} \lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^2 = \left[\lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{\frac{1}{y}}\right]^{-4} \times 1 = e^{-4}$$

Пример № 10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin x}{x}\right) \frac{1}{x}\right] = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{\sin x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1 + 2x)^{\frac{1}{2x}}\right]^{\frac{2 \sin x}{x}} = \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{2x}}\right)^{2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}} = l^{2 \times 1} = l^2$$

К заданию № 2

Пример № 1

$$y = (\sqrt{x} + 5)^3$$

Функцию можно представить в виде

$$y = u^3; y = 3u^2 \times u' = 3(\sqrt{x} + 5)^2 (\sqrt{x} + 5)' = \frac{3(\sqrt{x} + 5)^2}{2\sqrt{x}}$$

Пример № 2

$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

Имеем $y = \sqrt[3]{u}$, где $u = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$$y' = \frac{1}{3} u^{-\frac{2}{3}} u' = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{x^2}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^2} \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{3(x^2 + 1) \sqrt[3]{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}}$$

Пример № 3

$$y = \frac{12}{x^2 + x + 1}$$

$$y' = 12 \left(\frac{1}{x^2 + x + 1} \right)' = 12 \left(-\frac{1}{(x^2 + x + 1)^2} \right) (x^2 + x + 1)' = \frac{-12(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

к заданию № 3

Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график.

$$f(x) = \frac{3 - x^2}{x + 2}$$

1) $D(f) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

2) $f(-x) = \frac{3 - x^2}{-x + 2}$ не читая $X=0$ $f(0)=1,5$ функция общего вида

$$f(x)=0 \quad \frac{3-x^2}{x+2}=0 \quad 3-x^2=0 \quad x^2=3 \quad x_1=\sqrt{3} \quad x_2=-\sqrt{3}$$

3) $f'(x) = -\frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

критические точки $x=-3, x=-1$

X	$(-\infty; -3)$	-3	$(-3; -2)$	-2	$(-2; -1)$	-1	$(-1; +\infty)$
$f'(x)$	-		+		+		-
$f(x)$	$\rightarrow$	6	$\rightarrow$	Не существует	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$

4) $f''(x) = -\frac{2}{(x+2)^3}$

$x < -2$, $f'' > 0$, график функции вогнут вниз

$x > -2$, $f'' < 0$, график функции вогнут вверх

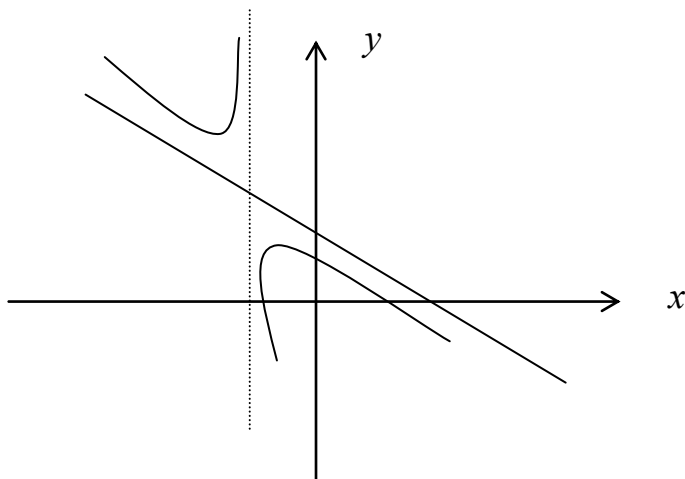
5) Асимптомы графика функции

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - x^2}{x + 2} = \infty$, то прямая $x = -2$ является вертикальной асимптотой

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^2}{x^2 + 2x} = -1$$

Прямая $y = 2 - x$ является наклонной асимптотой

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-x^2}{x+2} + x \right) = 2$$



к заданию № 4

Нахождение неопределенных интегралов

Пример № 1

Найти $\int (5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 1)dx$

$$\int (5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 1)dx = \int 5x^4 dx - \int 4x^3 dx + \int 3x^2 dx - \int dx = 5 \frac{x^5}{5} - 4 \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^3}{3} - x + c = x^5 - x^4 + x^3 - x + c$$

Пример № 2

Найти $\int \frac{2x\sqrt{x}dx}{\sqrt[8]{x}}$

Преобразуем

$$\frac{2x\sqrt{x}dx}{\sqrt[8]{x}} = 2xx^{\frac{1}{2}}x^{-\frac{1}{8}}dx = 2x^{\frac{7}{6}}dx$$

$$\int 2x^{\frac{7}{6}}dx = 2 \frac{x^{\frac{13}{6}}}{\frac{13}{6}} + c = \frac{12}{13} \sqrt[6]{x^{13}} + c = \frac{12}{13} x^2 \sqrt[6]{x} + c$$

Пример № 3

Найти $\int \frac{x^2+1}{x}dx$

$$\int \frac{x^2+1}{x}dx = \int \left(x + \frac{1}{x} \right) dx = \int x dx + \int \frac{dx}{x} = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$$

Пример № 4

Найти $\int (1+x)^5 dx$

Пусть $1+x = z$

$$\int (1+x)^5 dx = \int z^5 dz = \frac{z^6}{6} + c = \frac{1}{6}(1+x)^6 + c$$

Пример № 5

Найти $\int (x^3 + 1) \ln x dx$

Пусть

$$u = \ln x, \text{ тогда } dv = x dx$$

$$du = \frac{dx}{x} \text{ и } v = \int dv = \int x dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \frac{1}{x} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

к заданию № 5

Приближенное вычисление определенных интегралов

Пример № 1

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Пример № 2

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left(\frac{1}{3 \ln 2} \times 2^{3x-4} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{3 \ln 2} (2^{3x-4}) \Big|_1^2 = \frac{1}{3 \ln 2} \left(4 - \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{6 \ln 2}$$

Пример № 3

$$\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx$$

Пусть

$$t = 2 - x^2$$

$$dt = d(2 - x^2) = (2 - x^2)' dx = -2x dx$$

$$x dx = -\frac{1}{2} dt$$

Если $x = 0$, то $t = 2 - 0^2 = 2$, и если $x = 1$, то $t = 2 - 1^2 = 1$

Следовательно,

$$\int_0^1 x(2-x^2)^5 dx = \int_2^1 t^5 \left(-\frac{1}{2} \right) dt = -\frac{1}{2} \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2} \left(\frac{t^6}{6} \Big|_2^1 \right) = -\frac{1}{12} (t^6 \Big|_2^1) = -\frac{1}{12} (1 - 2^6) = \frac{21}{4}$$

Пример № 4

Вычислить $\int_0^1 \ln(1+x) dx$

Пусть

$$u = \ln(1+x), dv = dx$$

Тогда

$$du = d(\ln(1+x)) = (\ln(1+x))' dx = \frac{dx}{1+x} - u$$

$$v = \int dv = \int dx = x$$

$$\int_0^1 \ln(1+x) dx = x \ln(1+x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x \frac{dx}{1+x}$$

Для нахождения полученного интеграла положим $1+x=t$. Тогда $dx=dt$, $x=t-1$, и если $x = \frac{1}{1}$, то $t=2$, Следовательно

$$\int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln(1+x) \Big|_0^1 - \int_1^2 \frac{t-1}{t} dt = \ln 2 - \int_1^2 dt + \int_1^2 \frac{dt}{t} = \ln 2 - t \Big|_1^2 + \ln t \Big|_1^2 = \ln 2 - (2-1) + \ln 2 - \ln 1 = \ln 4 - 1$$

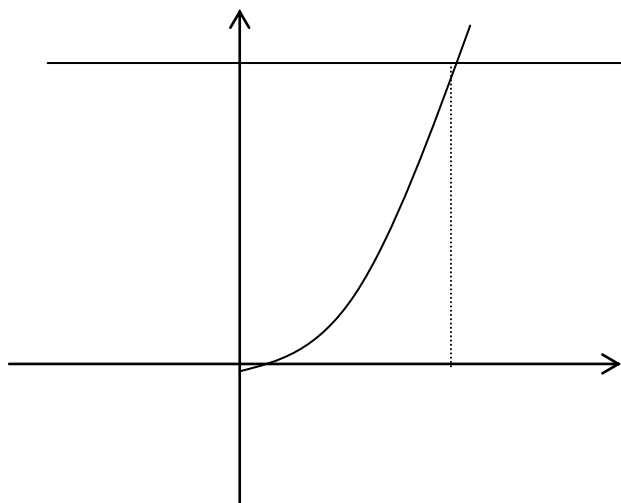
к заданию № 6

Решение задач с помощью определенных интегралов.

Пример № 1

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{y}$, $x=0$, $y=4$.

Решение



$S = S_{OABC} - S_{OBC}$, каждая из которых находится по геометрическому смыслу определенного интеграла. Решая систему $\begin{cases} y = 4 \\ x = \sqrt{y} \end{cases}$, получается, что точка В пересекается прямой $y = 4$ и кривой $x = \sqrt{y}$ имеет координаты (2; 4). Тогда

$$S_{OBC} = \int_0^2 4 dx = 4 \int_0^2 dx = 4x \Big|_0^2 = 8,$$

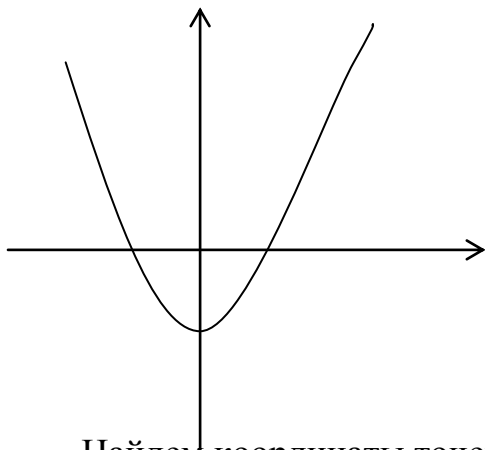
$$S_{ODC} = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}$$

$$S = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} (ед^2)$$

Пример № 2

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2$, $y = x$.

Решение



Найдем координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 2$, и прямой $y = x$, решив систему этих уравнений (-1; -1) и (2; 2). Абсциссы точек А и В пересечения наших линий зададут пределы интегрирования:

$$S = \int_{-1}^2 (x - (x^2 - 2)) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 + 2x \Big|_{-1}^2 = \frac{1}{2}(4 - (-1)^2) - \frac{1}{3}(2^3 - (-1)^3) + 2(2 - (-1)) = 4,5 (ед)^2$$

Информационное обеспечение

Литература

Основная:

1. А.А. Дадаян Математика. - М.: Инфра - М, 2005 – 552с.
2. А.А. Дадаян Сборник задач по математике. - М.: Инфра - М, 2005 – 352с.
3. И.Д.Пехлецкий Математика М.: Академия, 2005-304с.

Дополнительная:

4. Н.Ш. Кремера Высшая математика для экономистов. – М.:ЮНИТИ – М, 2007-479с.
5. А.Н. Колесников Краткий курс математики для экономистов. - М.: Инфра - М, 2005-208с.
6. Е.С. Кундышева Математика - М.: «Дашков и К^о» - М, 2006-536с.
7. С.Г. Григорьев, С.В. Задулина - М.: Академия, 2005-384с.
8. П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова Высшая математика у упражнениях и задачах (часть 1) - М.: «Мир и Образование», 2005-304с.

Электронные ресурсы

9. <http://www.onecomplex.ru/>
10. <http://www.mathedu.ru/>