

Задачи для контрольной работы.

1. Алгебра и геометрия.

№ 1 – 10.

Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

- а) длину стороны АВ,
- б) уравнения сторон АС, АВ и ВС и их угловые коэффициенты,
- в) угол В,
- г) уравнение высоты СД,
- д) уравнение медианы АЕ,
- е) системы линейных неравенств, определяющих треугольник ABC. Сделать чертеж.

1. A (1 ; 1) B (7 ; 4) C (4 ; 5)
2. A (1 ; 1) B (-5 ; 4) C (-2 ; 5)
3. A (-1 ; 1) B (5 ; 4) C (2 ; 5)
4. A (-1 ; 1) B (-7 ; 4) C (-4 ; 5)
5. A (1 ; -1) B (7 ; 2) C (4 ; 5)
6. A (1 ; -1) B (-5 ; 2) C (-2 ; 3)
7. A (-1 ; -1) B (5 ; 2) C (2 ; 3)
8. A (-1 ; -1) B (-7 ; 2) C (-4 ; 3)
9. A (0 ; 1) B (6 ; 4) C (3 ; 5)
10. A (1 ; 0) B (7 ; 3) C (4 ; 4)

№ 11 – 20.

Дана система линейных уравнений. Доказать ее совместность и решить двумя способами: 1) по формулам Крамера; 2) матричным методом.

$$11. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -7 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -10 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 8 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -7 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -13 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -17 \\ 4x_1 + 11x_3 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$$

№ 21 – 30.

Дано комплексное число z . Требуется записать число z в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

$$21. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}$$

$$22. z = \frac{-4}{1-i\sqrt{3}}$$

$$23. z = \frac{-4}{\sqrt{3}-i}$$

$$24. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}$$

$$25. z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}$$

$$26. z = \frac{4}{1+i\sqrt{3}}$$

$$27. z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}$$

$$28. z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$$

$$29. z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}$$

$$30. z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}$$

2. Математический анализ.

№ 31 – 40.

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$31. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x};$$

$$32. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x};$$

$$33. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2};$$

$$34. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3};$$

$$35. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^2 + x^3};$$

$$36. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7};$$

$$37. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x^2 - 6}{x^3 + x - 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x};$$

$$38. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1};$$

$$39. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2};$$

$$40. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2};$$

№ 41 – 50.

Найти производные данных функций.

$$41. \text{ а) } y = (3x^8 + 5\sqrt{x^2} - 3)^5; \quad \text{б) } y = \ln^5 \sqrt{\left(\frac{5x+3}{x^5+1}\right)^2};$$

$$\text{B)} \quad y = \arctg \frac{2}{x-3};$$

$$\text{Г)} \quad y = 5^{\sqrt{x}} - x^2 \operatorname{tg} 2x;$$

$$42. \text{ a)} \quad y = \left(\frac{1}{5} x^5 - 3x^3 \sqrt{x} - 4 \right);$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[3]{\frac{x^3-3}{x^3+2}};$$

$$\text{B)} \quad y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2};$$

$$\text{Г)} \quad y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x;$$

$$43. \text{ a)} \quad y = \left(\frac{1}{4} x^8 + 8\sqrt{x^3} - 1 \right)^3;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[4]{\frac{4x-1}{x^4+1}};$$

$$\text{B)} \quad y = \arctg \sqrt{x-1};$$

$$\text{Г)} \quad y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} 3x - 2^{x^2};$$

$$44. \text{ a)} \quad y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[5]{\left(\frac{1-5x}{1+5x} \right)^3};$$

$$\text{B)} \quad y = \arctg \sqrt{x^2-1};$$

$$\text{Г)} \quad y = e^{3x} - 2x \operatorname{tg} 3x;$$

$$45. \text{ a)} \quad y = \left(5x^2 + 4\sqrt{x^5} + 3 \right)^3;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[6]{\frac{1-x^6}{1+x^6}};$$

$$\text{B)} \quad y = \arccos \sqrt{x+1};$$

$$\text{Г)} \quad y = 3^{\cos x} - x \sin 2x;$$

$$46. \text{ a)} \quad y = \left(8x^3 - \frac{9}{x^2 \sqrt{x}} + 6 \right)^5;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[7]{\left(\frac{7x-4}{x^7-2} \right)^3};$$

$$\text{B)} \quad y = \arcsin \sqrt{1-x};$$

$$\text{Г)} \quad y = 3^{\sin x} - \sqrt[3]{x} \operatorname{tg} 3x;$$

$$47. \text{ a)} \quad y = \left(5x^4 - \frac{2}{x \sqrt{x}} + 3 \right)^2;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[4]{\frac{1-8x}{x^8+1}};$$

$$\text{B)} \quad y = \arccos \sqrt{1-x};$$

$$\text{Г)} \quad y = 3^{\sqrt{x}} + \frac{1 - \sin 3x}{1 + \sin 3x};$$

$$48. \text{ a)} \quad y = \left(4x^3 + \frac{3}{x^3 \sqrt{x}} - 2 \right)^5;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[6]{\left(\frac{x^6-1}{6x+5} \right)};$$

$$\text{B)} \quad y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2};$$

$$\text{Г)} \quad y = e^{\operatorname{tg} x} - \sqrt{x} \cos 2x;$$

$$49. \text{ a)} \quad y = \left(7x^5 - x^3 \sqrt{x^2} - 6 \right)^4;$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[3]{\left(\frac{3x-4}{3x+1} \right)^4};$$

$$\text{B)} \quad y = \arctg \frac{1}{x-1};$$

$$\text{Г)} \quad y = x \operatorname{tg} 3x + 2^{x-2};$$

$$50. \text{ a)} \quad y = \left(3x^4 - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} - 3 \right)^5$$

$$\text{б)} \quad y = \ln \sqrt[5]{\left(\frac{x^6-3}{6x+2} \right)^3};$$

$$\text{в)} y = \arctg \sqrt{x-1};$$

$$\text{г)} y = 2^{x^2+1} - x \sin 4x;$$

№ 51 – 60.

Найти неопределенный интеграл. Результаты проверить дифференцированием.

$$51. \text{ а)} \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx; \quad \text{б)} \int \sqrt{2-3\cos 5x} \sin 5x dx; \quad \text{в)} \int x \sin 4x dx;$$

$$52. \text{ а)} \int \sqrt[5]{4-5\sin 2x} \cos 2x dx; \quad \text{б)} \int \frac{dx}{x \ln^2 x}; \quad \text{в)} \int x e^{2x} dx;$$

$$53. \text{ а)} \int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx; \quad \text{б)} \int \frac{\arctg^2 2x}{1+4x^2} dx; \quad \text{в)} \int x^4 \ln x dx;$$

$$54. \text{ а)} \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^4}}; \quad \text{б)} \int \frac{\ln(x+3)}{x+3} dx; \quad \text{в)} \int \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

$$55. \text{ а)} \int \frac{x^2 dx}{1+x^6}; \quad \text{б)} \int e^{\sin 3x} \cos 3x dx; \quad \text{в)} \int x \cos 2x dx;$$

$$56. \text{ а)} \int e^{-x^4} x^3 dx; \quad \text{б)} \int \frac{5x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}; \quad \text{в)} \int x e^{3x} dx$$

$$57. \text{ а)} \int \text{ctg} 5x dx; \quad \text{б)} \int \frac{dx}{x \sqrt{1-\ln^2 x}}; \quad \text{в)} \int x e^{\frac{x}{2}} dx;$$

$$58. \text{ а)} \int \frac{4x^3 + \cos x}{x^4 + \sin x} dx; \quad \text{б)} \int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}; \quad \text{в)} \int x \arctg 2x dx;$$

$$59. \text{ а)} \int \frac{e^{\text{ctg} 2x}}{\sin^2 2x} dx; \quad \text{б)} \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{в)} \int \sqrt[3]{x} \ln x dx;$$

$$60. \text{ а)} \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}; \quad \text{б)} \int \frac{e^{2x} dx}{(1+e^{2x})^2}; \quad \text{в)} \int x \sin 3x dx;$$

3. Теория вероятностей

№ 61 – 70.

61. В группе 28 студентов, из них «отлично» получили на экзаменах 6 студентов, «хорошо» - 10 студентов, «удовлетворительно» - 8 студентов, «неудовлетворительно» - 4 студента.

Определить вероятность того, что произвольно выбранный студент получил:

а) удовлетворительную оценку;

б) оценку не ниже хорошей.

62. Каждая из букв Е А К Н О написана на одной из пяти карточек. Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что образуется слово «ОКЕАН»?

63. В студенческой группе, состоящей из 10 девушек и 15 юношей, разыгрывается пять пригласительных билетов. Какова вероятность того, что эти билеты получают две девушки и трое юношей?

64. В урне находятся 20 шаров, из них 8 зеленых, 7 красных и 5 желтых. Наугад вынули 8 шаров. Какова вероятность того, что из вынутых шаров окажутся 3 зеленых, 3 красных и 2 желтых.

65. Вероятность того, что студент сдаст экзамен на «отлично», равна 0,2; на «хорошо» – 0,4; на «удовлетворительно» - 0,2; на неудовлетворительно – 0,2. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен.

66. Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Какова вероятность того, что оба стрелка попадут, если известно, что первый стрелок дает в среднем 6 попаданий, а второй 7 попаданий на каждые 10 выстрелов?

67. В первой урне находится 5 синих и 8 зеленых шаров; во второй 9 желтых и 7 зеленых. Одновременно из обеих урн вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба зеленые?

68. Из 10 карточек с цифрами (0;1;2;3;4;5;6;7;8;9) наугад выбирают 3 карточки. Какова вероятность того, что эти три карточки в порядке выхода составляет число 709?

69. В лотке 1000 билетов, из них пали выигрыши

на 1 билет – 500 рублей

на 10 билетов – 100 рублей

на 50 билетов – 20 рублей

на 100 билетов – 5 рублей.

Покупается 1 билет. Найти вероятность того, что выигрыш на билет выпадает не менее 20 рублей.

70. Участники жеребьевки берут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100.

Найти вероятность того, что номер первого наудачу выбранного жетона не содержит цифры «5».

№ 71 – 80.

Дано распределение дискретной случайной величины X

X_i	1	2	3	4	5
P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5

Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

71.

X_i	1	2	3	4	5
P_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

72.

X_i	1	2	3	4	5
P_i	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

73.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,3	0,1	0,1	0,1	0,4

74.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

75.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1

76.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2

77.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2

78.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2

79.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

80.

Xi	1	2	3	4	5
Pi	0,2	0,3	0,1	0,3	0,1

Номера задач для контрольной работы. Вариант задания выбирается по первой букве фамилии студента.

Вариант	Номера задач							
1 (А, Б, В)	1	11	21	31	41	51	61	71
2 (Г, Д, Е)	2	12	22	32	42	52	62	72
3 (Ж, З, И)	3	13	23	33	43	53	63	73
4 (К, Л)	4	14	24	34	44	54	64	74
5 (М, Н)	5	15	25	35	45	55	65	75
6 (О, П, Р)	6	16	26	36	46	56	66	76
7 (С, Т, У)	7	17	27	37	47	57	67	77
8 (Ф, Х, Ц)	8	18	28	38	48	58	68	78
9 (Ч, Ш, Щ)	9	19	29	39	49	59	69	79
10 (Э, Ю, Я)	10	20	30	40	50	60	70	80

Правила выполнения и оформления контрольных работ.

При выполнении контрольных работ, представляемых на рецензирование, надо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не рецензируются и возвращаются студенту для переработки.

1. Контрольную работу следует выполнять в тетради чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечание рецензента.

2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный номер (шифр), номер контрольной работы, название дисциплины; здесь же следует указать название учебного заведения, дату отсылки работы в ВУЗ и адрес студента. В конце работы следует поставить дату ее выполнения и расписаться.

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании. Строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а так же содержащие задачи не своего варианта, не рецензируются.

4. Решение задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачи своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условия задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера. Например, условие задачи 1 должно быть переписано так:

Даны координаты вершин $A(4; 2)$, $B(-1; 2)$, $C(3; 0)$ треугольника.

Найти: 1) длину стороны AB ; и т.д.

6. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

7. В конце работы необходимо указать список использованной учебной литературы.

8. При выполнении контрольной работы рекомендуется оставлять в конце тетради несколько чистых листков для всех исправлений и дополнений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в текст работы после ее рецензирования запрещается.