

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

Одобрено кафедрой
«Высшая и прикладная математика»

МАТЕМАТИКА

Задания на контрольные работы № 1-3
для студентов I курса

Специальность: **080101.65 «Экономическая безопасность»**

Специализация: **«Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности»**

Москва – 2012

Составитель – доц. Е.В. Архаров

ПРЕДИСЛОВИЕ

В соответствии с учебным планом студенты заочной формы обучения по направлению подготовки Экономическая безопасность/Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности (080101.65) (квалификация (степень) «бакалавр») изучают дисциплину «Математика» на I курсе. Содержание учебного материала определяют требования по математике Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования. Эти требования сформулированы в рабочей программе дисциплины «Математика» в виде конкретного перечня вопросов по изучаемым темам. На I курсе в планируемом объеме учебной работы предусмотрено:

1) в I семестре выполнение контрольных работ №1, №2, сдача зачета по контрольным работам и сдача зачета по учебному материалу рабочей программы I семестра;

2) во II семестре выполнение контрольной работы №3, сдача зачета по этой контрольной работе и сдача экзамена по учебному материалу рабочей программы II семестра.

Контрольная работа выполняется и оформляется при соблюдении правил:

1. Контрольная работа излагается в отдельной ученической тетради предпочтительно пастой (чернилами) синего цвета (красный цвет только для преподавателя).
2. На обложке записывается
 - название дисциплины,
 - номер контрольной работы,
 - название факультета,
 - фамилия, имя, отчество студента,
 - учебный шифр.

3. Номер варианта выбирается по последней цифре учебного шифра, проставленного в зачетной книжке.
4. Задачи располагаются в порядке, указанном в задании на контрольную работу под своими номерами.
5. Условие задачи полностью, без сокращений переписывается из задания на контрольную работу. После условия задачи отдельной строкой записывается слово "Решение", а далее последовательно по пунктам с подробными объяснениями, без сокращений слов, аккуратно и четко, со ссылками на необходимые теоремы, утверждения, определения понятий и формулы излагается ход решения.
6. Оставляются поля для замечаний преподавателя.

Выполненную контрольную работу необходимо предъявить преподавателю для проверки. Преподаватель делает замечания к решениям задач, указывает на недостатки оформления и выносит заключение "Контрольная работа №... допущена к зачету" или "Контрольная работа №... не допущена к зачету". Студент учитывает и устраняет замечания в той же тетради после заключения преподавателя, правильно и подробно излагая соответствующие преобразования и объяснения в разделе "Работа над замечаниями"

Зачет по контрольной работе студент получает лишь только после выполнения работы над замечаниями и собеседования с преподавателем.

В таблицах указаны номера задач, которые студент должен решить при выполнении контрольных работ 1 – 3 по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра студента.

Вариант	Контрольная работа №1					
	Задания №					
	1	2	3	4	5	6
01	1	11	21	31	41	51
02	2	12	22	32	42	52
03	3	13	23	33	43	53
04	4	14	24	34	44	54
05	5	15	25	35	45	55
06	6	16	26	36	46	56
07	7	17	27	37	47	57
08	8	18	28	38	48	58
09	9	19	29	39	49	59
10	10	20	30	40	50	60

Вариант	Контрольная работа №2						
	Задания №						
	1	2	3	4	5	6	7
01	61	71	81	91	101	111	121
02	62	72	82	92	102	112	122
03	63	73	83	93	103	113	123
04	64	74	84	94	104	114	124
05	65	75	85	95	105	115	125
06	66	76	86	96	106	116	126
07	67	77	87	97	107	117	127
08	68	78	88	98	108	118	128
09	69	79	89	99	109	119	129
10	70	80	90	100	110	120	130

Вариант	Контрольная работа №3									
	Задания №									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
01	131	141	151	161	171	181	191	201	211	221
02	132	142	152	162	172	182	192	202	212	222
03	133	143	153	163	173	183	193	203	213	223
04	134	144	154	164	174	184	194	204	214	224
05	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225
06	136	146	156	166	176	186	196	206	216	226
07	137	147	157	167	177	187	197	207	217	227
08	138	148	158	168	178	188	198	208	218	228
09	139	149	159	169	179	189	199	209	219	229
10	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230

Задания на контрольные работы

Контрольная работа № 1

Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия.

Введение в математический анализ.

Задача 1.

1-10. Применяя метод Гаусса исключения неизвестных, решить систему линейных уравнений. Сделать проверку найденного решения.

$$1. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 11, \\ x_1 - 6x_3 + 9x_4 = -8, \\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + x_3 - 2x_4 = -11, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 7x_4 = -8, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 8, \\ 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 13. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 7, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -3, \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 1. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 10, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 6. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 12, \\ 4x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -18, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 6x_4 = -10. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 11, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -2, \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 = -5. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 1, \\ 5x_1 - 9x_3 - 5x_4 = -9, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 15, \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 13, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 5. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -4, \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 + x_4 = -27, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 10. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -8, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = -11, \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 9. \end{cases}$$

Задача 2.

11-20. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{d}$ в этом базисе.

Систему линейных уравнений решить методом Крамера.

- | | | | | |
|-----|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 11. | $\bar{a} (7,3,0),$ | $\bar{b} (4,1,1),$ | $\bar{c} (-7,1,2),$ | $\bar{d} (-11,8,5).$ |
| 12. | $\bar{a} (2,0,3),$ | $\bar{b} (-9,2,10),$ | $\bar{c} (-4,2,10),$ | $\bar{d} (-1,-2,-10).$ |
| 13. | $\bar{a} (1,2,2),$ | $\bar{b} (5,-2,-7),$ | $\bar{c} (0,5,-1),$ | $\bar{d} (-2,6,-6).$ |
| 14. | $\bar{a} (-2,3,1),$ | $\bar{b} (2,6,7),$ | $\bar{c} (4,-1,0),$ | $\bar{d} (6,-3,-5).$ |
| 15. | $\bar{a} (1,3,1),$ | $\bar{b} (1,-8,2),$ | $\bar{c} (0,-5,3),$ | $\bar{d} (3,-8,2).$ |
| 16. | $\bar{a} (2,5,-1),$ | $\bar{b} (-1,2,-6),$ | $\bar{c} (-2,1,1),$ | $\bar{d} (-11,-5,-1).$ |
| 17. | $\bar{a} (-1,4,3),$ | $\bar{b} (5,0,1),$ | $\bar{c} (-1,4,4),$ | $\bar{d} (-7,8,7).$ |
| 18. | $\bar{a} (3,3,2),$ | $\bar{b} (1,2,3),$ | $\bar{c} (1,-1,4),$ | $\bar{d} (4,-1,7).$ |
| 19. | $\bar{a} (-2,-1,1),$ | $\bar{b} (2,3,0),$ | $\bar{c} (-4,2,3),$ | $\bar{d} (-10,-9,3).$ |
| 20. | $\bar{a} (1,5,1),$ | $\bar{b} (-2,5,4),$ | $\bar{c} (3,-1,2),$ | $\bar{d} (4,19,9).$ |

Задача 3.

21-30. Даны вершины $A_1(x_1, y_1, z_1), A_2(x_2, y_2, z_2), A_3(x_3, y_3, z_3), A_4(x_4, y_4, z_4)$, пирамиды.

Найти:

- 1) длину ребра A_1A_2 ;
- 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 3) уравнение грани $A_1A_2A_3$ и ее площадь;
- 4) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

- | | | | | |
|-----|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 21. | $A_1(3,2,1),$ | $A_2(-1,3,2),$ | $A_3(2,0,-1),$ | $A_4(4,-2,3).$ |
| 22. | $A_1(2,-1,8),$ | $A_2(3,4,4),$ | $A_3(2,-1,2),$ | $A_4(6,1,6).$ |
| 23. | $A_1(8,5,0),$ | $A_2(-3,7,-5),$ | $A_3(-4,1,3),$ | $A_4(-2,1,-4).$ |
| 24. | $A_1(0,1,-1),$ | $A_2(3,-4,4),$ | $A_3(6,-1,3),$ | $A_4(5,2,-1).$ |
| 25. | $A_1(3,2,-3),$ | $A_2(3,-1,-1),$ | $A_3(0,2,-2),$ | $A_4(4,-2,3).$ |
| 26. | $A_1(0,6,-1),$ | $A_2(3,-8,2),$ | $A_3(4,-1,0),$ | $A_4(2,1,-4).$ |

27. $A_1(2,-3,2), A_2(0,5,4), A_3(5,6,1), A_4(-2,1,3).$
 28. $A_1(6,-2,0), A_2(6,2,-1), A_3(2,-1,4), A_4(-2,7,4).$
 29. $A_1(1,4,-2), A_2(-3,0,3), A_3(8,0,1), A_4(1,-4,0).$
 30. $A_1(1,8,2), A_2(4,-1,2), A_3(-1,5,3), A_4(3,3,-3).$

Задача 4.

31-40. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых выполняется следующее условие:

31. Сумма квадратов расстояний до точек $A(1,1)$ и $B(-3,3)$ равна 20.
 32. Сумма квадратов расстояний до точек $A(3,-3)$, $B(1,1)$ и $C(-1,-1)$ равна 28.
 33. Сумма квадратов расстояний до точек $A(3,0)$, $B(0,4)$, $C(-1,0)$ и $D(2,-4)$ равна 58.
 34. Квадрат расстояния до точки $A(0,3)$ на 3 больше квадрата расстояния до оси абсцисс.
 35. Сумма расстояний до точек $A(6,0)$ и $O(0,0)$ равна 10.
 36. Квадрат расстояния до точки $A(2,0)$ на 16 больше квадрата расстояния до оси ординат.
 37. Сумма квадратов расстояний до сторон прямоугольника, образованного прямыми $x=0, y=0$, $x-4=0$, $y-2=0$, равна 20.
 38. Расстояние до точки $A(0,3)$ равно расстоянию до оси абсцисс.
 39. Разность расстояний до точек $A(0,10)$ и $O(0,0)$ равна 8.
 40. Расстояние до точки $A(2,0)$ равно расстоянию до оси ординат.

Задача 5.

41-50. Вычислить пределы функций:

41. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 - 3}{3x^2 + x + 4},$ б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 8x + 7},$ в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 2x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}.$
 42. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{3x^2 + x + 1},$ б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2},$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{5x}.$

$$\begin{array}{lll}
43. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - x^3 + 2}{6x^4 - 2x^2 + 3}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{3x^2 - 11x - 4}. \\
44. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 4x^3}{1 + x^2 + 8x^3}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4 + x}{\sqrt{1 - 6x} - 5}. \\
45. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x - x^2}{4x^2 + 3x - 1}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x + 4}}. \\
46. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - x + 5x^3}{2 + x^2 - x^3}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x + 9}}{\sqrt{x + 1} - 1}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 13x + 3}{x^2 + x - 6}. \\
47. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 4x - 3}{5x^2 + 3x + 4}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{x - 5}. \\
48. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 4x + 2}{3 - 2x + 5x^2}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{2x}. \\
49. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{7x^2 + x - 2}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 8} - 3}{3x - 3}. \\
50. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 7x^2}{3x^2 - 4x + 5}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{4 - x^2}, & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}.
\end{array}$$

Задача 6.

51-60. Задана функция $y=f(x)$. Найти все точки разрыва функции, если они существуют. Построить график функции.

$$\begin{array}{ll}
51. & f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x - 2, & x > 2. \end{cases} & 52. & f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < -2, \\ x + 1, & -2 \leq x \leq 0, \\ 1 - x, & x > 0. \end{cases} \\
53. & f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0, \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1 - x, & x > 1. \end{cases} & 54. & f(x) = \begin{cases} 1 + 2x, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases} \\
55. & f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1, \\ x + 2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases} & 56. & f(x) = \begin{cases} 1/x, & x \leq -1, \\ x, & -1 < x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases} \\
57. & f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x < 0, \\ -x + 2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases} & 58. & f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 1 - 2x, & 0 < x < 2, \\ x - 2, & x \geq 2. \end{cases}
\end{array}$$

$$59. \quad f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 1, \\ 2x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 8-x^2, & x > 2. \end{cases} \quad 60. \quad f(x) = \begin{cases} x+1, & x < -1, \\ x^2-1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

Контрольная работа № 2
Дифференциальное и интегральное исчисление. Функции
нескольких переменных.

Задача 1.

61-70. Найти производные следующих функций:

$$61. a) y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}; \quad б) y = \left(\frac{1+x^2}{x} \right); \quad в) x = a \cdot \cos t, \quad y = b \cdot \sin t.$$

$$62. a) y = 2^{\sqrt{x}}; \quad б) y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}; \quad в) x = \ln(1+t^2), \quad y = t^2.$$

$$63. a) y = x^3 \cdot e^{3x}; \quad б) y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}; \quad в) x = 1 - \cos 2t, \quad y = 2 + \sin 2t.$$

$$64. a) y = \sqrt{1+e^x}; \quad б) y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}; \quad в) x = \frac{1}{2}t^2, \quad y = \frac{1}{2}t^3 + t.$$

$$65. a) y = e^{2x} \cdot \sin x; \quad б) y = \operatorname{arctg}^3 x; \quad в) x = \frac{1}{t}, \quad y = \frac{t-1}{t}.$$

$$66. a) y = (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x}; \quad б) y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}; \quad в) x = \ln(\cos t), \quad y = \sin^2 t.$$

$$67. a) y = e^x \cos 3x; \quad б) y = \ln^2(x^3 + 1); \quad в) x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}.$$

$$68. a) y = x^2 \ln(x^2 + 1); \quad б) y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 2x}; \quad в) x = e^{t^2}, \quad y = t \cdot e^{t^2}$$

$$69. a) y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}; \quad б) y = e^{\sin^2 x}; \quad в) x = \ln t, \quad y = t + \frac{1}{t}.$$

$$70. a) y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x; \quad б) y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}; \quad в) x = \frac{1}{2}t^2 + t, \quad y = \frac{1}{3}t^3 - t.$$

Задача 2.

71-80. Вычислить приближенно $\sqrt[n]{x}$, заменяя приращение функции ее дифференциалом.

71. $\sqrt[3]{130}$. 72. $\sqrt{130}$. 73. $\sqrt[4]{250}$. 74. $\sqrt{200}$. 75. $\sqrt[3]{220}$.
 76. $\sqrt[4]{620}$. 77. $\sqrt{260}$. 78. $\sqrt[3]{120}$. 79. $\sqrt[4]{650}$. 80. $\sqrt{1000}$.

Задача 3.

81-90. Заданные функции исследовать методами дифференциального исчисления. На основании результатов исследований построить графики функций.

81. а) $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$; б) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$; 82. а) $y = x^2 - \frac{x^3}{3}$; б) $y = \frac{x+1}{x^2 - 1}$.
 83. а) $y = 6x^2 + 2x^3$; б) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$; 84. а) $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$; б) $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.
 85. а) $y = 8x - \frac{x^4}{4}$; б) $y = x + \frac{2}{x-1}$; 86. а) $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$; б) $y = \frac{x^4 + 2x^2}{x^2}$.
 87. а) $y = 36x(x-1)^3$; б) $y = 2x + \frac{8}{x-3}$; 88. а) $y = (x^2 - 1)^3$; б) $y = x + \frac{x}{3x-1}$.
 89. а) $y = x(x-2)^2$; б) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3x}$; 90. а) $y = x^5 - x^3 - 2x$; б) $y = \frac{x+1}{x^2 + 1}$.

Задача 4.

91-100. Найти интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

91. а) $\int x(x+1)(x+2)dx$; б) $\int \frac{xdx}{x^2 - 5}$; в) $\int x \cos 3x dx$; г) $\int \frac{dx}{2x^2 - 5x + 7}$.
 92. а) $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)dx$; б) $\int \frac{3x^2 dx}{1 + x^6}$; в) $\int x \cdot 2^{-x} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$.
 93. а) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{5x-2}}$; в) $\int x^3 \ln x dx$; г) $\int \frac{xdx}{1+2x}$.
 94. а) $\int (1 - \sqrt[3]{x^2})^3 dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$; в) $\int x^2 \ln x dx$; г) $\int \frac{1-3x}{3+2x} dx$.
 95. а) $\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$; б) $\int x 7^{x^2} dx$; в) $\int \arccos 2x dx$; г) $\int \frac{xdx}{2+x}$.
 96. а) $\int \frac{x^2 - 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$; в) $\int \arctg 2x dx$; г) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x}$.
 97. а) $\int (1 + 2x^3)^2 dx$; б) $\int \frac{xdx}{2x^2 + 3}$; в) $\int \frac{xdx}{e^x}$; г) $\int \frac{(x-1)dx}{x^2 - x - 1}$.

$$98. \text{ а) } \int \frac{(1+x)^2}{x\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}; \quad \text{в) } \int x e^{-2x} dx; \quad \text{г) } \int \frac{x-1}{2x+1} dx.$$

$$99. \text{ а) } \int \frac{(x-x^2)^2}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}; \quad \text{в) } \int x \sin x \cos x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{3x^2-x+1}.$$

$$100. \text{ а) } \int 2^x e^x dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arctg(x/2)}{4+x^2} dx; \quad \text{в) } \int x \sin 3x dx; \quad \text{г) } \int \frac{2x+3}{2x+1} dx.$$

Задача 5.

101-110. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

Сделать рисунок.

$$101. \quad y=x^3, y=4x.$$

$$102. \quad y=2x-x^2, y=-x.$$

$$103. \quad y=x^2, y=\frac{1}{2}x^2, y=2x.$$

$$104. \quad y=2x^2, y=4\sqrt{2x}.$$

$$105. \quad y=\frac{1}{3}x^2, y=4-\frac{2}{3}x^2$$

$$106. \quad y=\sqrt{x}, y=4x^{3/2}.$$

$$107. \quad y=3-2x, y=x^2.$$

$$108. \quad y=2-x^2, y=x^2.$$

$$109. \quad y=\sqrt{2x}, y=\frac{1}{2}x^2.$$

$$110. \quad y=x^3, y=-x^2.$$

Задача 6.

111-120. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$111. \quad \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x} \quad 112. \quad \int_0^{\infty} e^{-2x} dx. \quad 113. \quad \int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x}+2}{x} dx \quad 114. \quad \int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^4+1} \quad 115. \quad \int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$$

$$116. \quad \int_2^{\infty} (2x)^{-3} dx. \quad 117. \quad \int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2+4} \quad 118. \quad \int_1^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx \quad 119. \quad \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx \quad 120. \quad \int_4^{\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x^3} dx$$

Задача 7

121-130. Задана функция $Z(x, y)$. Найти:

а) наименьшее и наибольшее значение функции $Z(x, y)$ в ограниченной области D ,

б) вектор $\text{grad} Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке A . Область D и вектор $\text{grad} Z_A$ изобразить на чертеже.

- | | | | |
|------|--------------------------|--|------------------|
| 121. | $Z = x^2 - 2x + y^2 + 3$ | а) $D: x \geq 0, y \geq -2, x + y \leq 5$; | б) $A(2; 2)$. |
| 122. | $Z = x^2 + y^2 - 4y + 1$ | а) $D: x \geq -1, y \geq 0, x + y \leq 4$; | б) $A(1; 1)$. |
| 123. | $Z = x^2 + 4x + y^2 - 4$ | а) $D: x \leq 0, y \geq -1, y - x \leq 4$; | б) $A(-1, 1)$. |
| 124. | $Z = x^2 + y^2 + 2y + 5$ | а) $D: x \geq -1, y \geq -2, x + y \leq 3$; | б) $A(1, 1)$. |
| 125. | $Z = 2x - x^2 - y^2 + 2$ | а) $D: x \geq 0, y \geq -2, x \leq 3 - y$; | б) $A(2; 1)$. |
| 126. | $Z = 4y - x^2 - y^2 + 1$ | а) $D: x \geq -2, y \geq 0, y \leq 4 - x$; | б) $A(-2, 1)$. |
| 127. | $Z = x^2 + y^2 + 6$ | а) $D: y \geq -1, x + y \leq 3, 2x - y + 3 \geq 0$; | б) $A(1, 1)$. |
| 128. | $Z = 2 - x^2 - y^2$ | а) $D: x \geq -2, y - 2x \leq 2, x + y \leq 2$; | б) $A(-1, -1)$. |
| 129. | $Z = 4 - x^2 - y^2$ | а) $D: x \geq -1, y - x \leq 2, x + y \leq 2$; | б) $A(2, -1)$. |
| 130. | $Z = x^2 + y^2 + 4$ | а) $D: y \geq -2, y + 2x \leq 2, y - x \leq 2$; | б) $A(1, -1)$. |

Контрольная работа № 3

Ряды. Дифференциальные и разностные уравнения. Теория вероятностей и математическая статистика.

Задача 1

131-140. Исследовать на сходимость числовой ряд.

- | | | | | | | | | | |
|------|---|------|---------------------------------------|------|--|------|---|------|---|
| 131. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{2^n}$ | 132. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+5}$ | 133. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$ | 134. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3^n}$ | 135. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ |
| 136. | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ | 137. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ | 138. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n+1)}$ | 139. | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n^3+1}$ | 140. | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ |

Задача 2.

141-150. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\begin{array}{lllll} 141 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)} & 142 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^{n+1}} & 143 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} & 144 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n} x^n & 145 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+2)} \\ 146 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n^3} & 147 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(2n-1)} & 148 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} & 149 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 6^n}{n} & 150 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)} \end{array}$$

Задача 3.

151-160. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

$$\begin{array}{ll} 151. & (x+2y)dx - xdy = 0. \\ 152. & (2x+1)y' = 4x + 2y. \\ 153. & (y' - 2xy)dx + x^2 dy = 0. \\ 154. & xy' - 2y = 2x^4. \\ 155. & y^2 + x^2 y' = xy y'. \\ 156. & xy' + y - x - 1 = 0. \\ 157. & xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}. \\ 158. & y = x(y' - x \cos x). \\ 159. & xy' = y - x \exp\left(\frac{x}{y}\right). \\ 160. & 2x(x^2 + y)dx = dy. \end{array}$$

Задача 4.

161-170. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$\begin{array}{lll} 161. & y'' - 3y' + 2y = e^{4x} & y(0) = \frac{1}{5} \quad y'(0) = 0 \\ 162. & y'' - y = 2e^x & y(0) = 0 \quad y'(0) = 3 \\ 163. & y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x & y(0) = 4 \quad y'(0) = 0 \\ 164. & y'' - 10y' + 25y = 5(1 + 5x) & y(0) = 1 \quad y'(0) = 2 \\ 165. & y'' - y = 2(1 - x) & y(0) = 0 \quad y'(0) = 1 \\ 166. & y'' - 2y' + y = 32e^{5x} & y(0) = 0 \quad y'(0) = 2 \\ 167. & y'' - 2y' + y = 6e^{-x} & y(0) = \frac{5}{2} \quad y'(0) = 0 \\ 168. & y'' - 3y' = \cos x & y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 169. & y'' - 5y' = 2x + 1 & y(0) = 0 & y'(0) = \frac{2}{25} \\
 170. & y'' - 3y' + 2y = 24e^{-2x} & y(0) = 0 & y'(0) = 4
 \end{array}$$

Задача 5.

171-180. Найти общее решение линейного разностного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y(i+2) + a_1 y(i+1) + a_0 y(i) = A \cdot b^i$$

№ задачи	a_1	a_0	A	b	№ задачи	a_1	a_0	A	b
171.	-1	-2	10	2	172.	-2	-3	9	3
173.	-3	-4	8	4	174.	-3	-10	7	5
175.	-4	-12	6	6	176.	-4	-21	5	7
177.	-4	-32	4	8	178.	-4	-45	3	9
179.	1	-30	2	10	180.	3	2	3	4

Задача 6.

181. В контейнере находятся 40 телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что 3 наудачу выбранных телевизора не будут иметь дефектов.
182. Автомат изготавливает однотипные детали, причем технология изготовления такова, что 5% произведенной продукции оказывается бракованной. Найти вероятность того, что из четырех наугад взятых деталей будут бракованными не более двух деталей.
183. На склад поступают однотипные детали с двух заводов – №1 и №2. Завод №1 поставляет 30% деталей, из которых 10% имеют низкое качество. Завод №2 производит детали, из которых 80% имеют высокое качество. Найти вероятность того, что наугад взятая со склада деталь будет высокого качества.
184. Два оператора набрали по одинаковому комплекту перфокарт. Вероятность того, что первый оператор допустит ошибку, равна 0,1; для

второго оператора эта вероятность равна 0,2. При сверке перфокарт была обнаружена ошибка. Какова вероятность того, что ошибся первый оператор?

185. Предприятие состоит из трех независимо работающих подразделений. Предполагается, что вероятность их рентабельной работы в течение времени t соответственно равна 0,6; 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t рентабельными будут: а) все подразделения, б) два подразделения.

186. Студенту для сдачи зачета по теории вероятностей предлагается 3 вопроса, для каждого вопроса предлагается 5 различных ответов, из которых только один верный. Какова вероятность успешной сдачи зачета при выборе ответов наугад?

187. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что: 1) все три стрелка попадут в цель; 2) все трое промахнутся; 4) хотя бы один стрелок попадет в цель.

188. Из 20 экзаменационных билетов 3 содержат простые вопросы. Пять студентов по очереди берут билеты. Найти вероятность того, что хотя бы одному из них достанется билет с простыми вопросами.

189. В каждом из двух ящиков содержатся 6 черных и 4 белых шара. Из первого ящика наудачу переложили во второй ящик 1 шар. Найти вероятность того, что два наугад взятые шара из второго ящика будут белыми.

190. Вероятность поражения стрелком мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при пяти последовательных выстрелах будет не менее четырех попаданий.

Задача 7.

191–196. Задана плотность распределения вероятностей $f(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется:

- 1) определить коэффициент A ;

- 2) найти функцию распределения $F(x)$;
- 3) схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$;
- 4) найти математическое ожидание и дисперсию X ;
- 5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β) .

$$191. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1 \quad \beta=1,7$$

$$192. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ A\sqrt{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad \alpha=2 \quad \beta=3$$

$$193. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ Ax^3 & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1,1 \quad \beta=1,5$$

$$194. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ A(x+1) & \text{при } 2 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad \alpha=3 \quad \beta=3,5$$

$$195. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ Ax & \text{при } 1 \leq x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases} \quad \alpha=2 \quad \beta=3$$

$$196. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1, \\ Ax^4 & \text{при } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases} \quad \alpha=0,5 \quad \beta=1$$

197–200. Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется:

- 1) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$;
- 2) определить коэффициент A ;
- 3) схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$;
- 4) найти математическое ожидание и дисперсию X ;
- 5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β) .

$$\begin{array}{ll}
197. & F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1 \quad \beta=2 \\
198. & F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad \alpha=2 \quad \beta=3 \\
199. & F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax^4 & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \alpha=1 \quad \beta=2 \\
200. & F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ Ax & \text{при } 0 \leq x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases} \quad \alpha=2 \quad \beta=4
\end{array}$$

Задача 8.

201–210. Заданы математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X . Требуется:

1) написать плотность распределения вероятностей $f(x)$ и схематично построить ее график;

2) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β) .

$$\begin{array}{ll}
201. & a=1, \quad \sigma=5, \quad \alpha=0.5, \quad \beta=3. \quad 202. \quad a=9, \quad \sigma=5, \quad \alpha=2, \quad \beta=8. \\
203. & a=2, \quad \sigma=4, \quad \alpha=1, \quad \beta=5. \quad 204. \quad a=8, \quad \sigma=3, \quad \alpha=1, \quad \beta=6. \\
205. & a=3, \quad \sigma=2, \quad \alpha=2, \quad \beta=8. \quad 206. \quad a=6, \quad \sigma=4, \quad \alpha=0, \quad \beta=5. \\
207. & a=4, \quad \sigma=4, \quad \alpha=3, \quad \beta=6. \quad 208. \quad a=4, \quad \sigma=6, \quad \alpha=5, \quad \beta=9. \\
209. & a=5, \quad \sigma=6, \quad \alpha=4, \quad \beta=9. \quad 210. \quad a=2, \quad \sigma=3, \quad \alpha=4, \quad \beta=8.
\end{array}$$

Задача 9.

211–220. Производится некоторый опыт, в котором случайное событие A может появиться с вероятностью p . Опыт повторяют в неизменных условиях n раз.

211. $n = 900$, $p = 0.3$. Определить вероятность того, что в 900 опытах событие A произойдет от 250 до 320 раз.

212. $n = 800$, $p = 0.4$. Определить вероятность того, что относительная частота появления события A отклонится от $p = 0,4$ не более, чем на 0,05.

213. $n = 1000$, $p = 0.6$. Определить вероятность того, что в 1000 опытах событие A произойдет не менее чем 580 раз.

214. $n = 700$, $p = 0,45$. Определить вероятность того, что в 700 опытах событие A произойдет в меньшинстве опытов.

215. $n = 900$, $p = 0,5$. Определить вероятность того, что в 900 опытах событие A произойдет в большинстве опытов.

216. $n = 800$, $p = 0,6$. Определить вероятность того, что в 800 опытах относительная частота появления события A отклонится от вероятности $p = 0,6$ не более, чем на 0,05.

217. $n = 1000$, $p = 0,4$. Найти, какое отклонение относительной частоты появления события A от $p = 0,4$ можно ожидать с вероятностью 0,9.

218. $p = 0,6$. Определить сколько раз (n) надо провести опыт, чтобы с вероятностью большей, чем 0,9 можно было ожидать отклонения относительной частоты появления события A от $p = 0,6$ не более, чем 0,05.

219. $n = 900$, $p = 0,8$. Найти вероятность того, что относительная частота появления события A отклонится от $p = 0,8$ не более, чем на 0,1.

220. $n = 800$, $p = 0,4$. Определить вероятность того, что в 800 опытах событие A произойдет от 300 до 400 раз.

Задача 10

221–230. Отдел технического контроля проверил n партий однотипных изделий и установил, что число X нестандартных изделий в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице, в одной строке которой указано количество x_i нестандартных изделий в одной партии, а в другой строке – количество n_i партий, содержащих x_i нестандартных изделий. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

№ зад.	$n = \sum n_i$	x_i	0	1	2	3	4	5
221.	1000	n_i	370	360	190	63	14	3
222.	500	n_i	70	140	135	95	40	20
223.	1000	n_i	380	380	170	58	10	2
224.	500	n_i	220	180	75	20	4	1
225.	1000	n_i	403	370	167	46	12	2
226.	500	n_i	185	180	13	13	7	2
227.	1000	n_i	155	265	266	194	83	37
228.	500	n_i	194	186	88	26	5	1
229.	1000	n_i	440	365	145	41	8	1
230.	500	n_i	201	184	85	22	7	1