

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального
образования

РОССИЙСКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Г.В.ПЛЕХАНОВА

НОВОСИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ

Математика

Программа, методические указания и задания контрольной и самостоятельной
работы №1 для студентов заочной формы обучения направления:

«Торговое дело-100700.62»

Квалификация выпускника - бакалавр

Сокращенная образовательная программа

Новосибирск 2014

Кафедра социально экономических и правовых дисциплин

Математика : Программа, методические указания и задания контрольной работы 2 для студентов заочной формы обучения направления «Торговое дело-100700.62»

Составитель: Вахромеев Ю.М., к.ф.-м.н., доцент, Новосибирск: НФ РГТЭУ - 2014,
стр.

Рецензент:, доцент

Методические указания рекомендованы к изданию кафедрой социально экономических и правовых дисциплин, протокол от « » 2014г.

Содержание

1. Правила выбора варианта контрольной работы	4
2. Содержание дисциплины	5
3. Вопросы для подготовки к экзамену	8
4. Варианты контрольной работы	11
5. Методические указания для решения задач	18

Правила выбора варианта контрольной работы, ее оформление и зачета

1. В процессе изучения курса «Математика» студент первого курса должен выполнить контрольную работу, задачи которой содержатся в разделе «Варианты контрольной работы». Не следует приступать к выполнению контрольного задания до решения достаточного количества задач по учебному материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольного задания вызывается тем, что студент не выполнил это требование.

2. Контрольная работа должна быть оформлена в соответствии с настоящими правилами. ***Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не засчитываются и возвращаются студенту для переработки.***

3. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.

4. На обложке тетради должны быть разборчиво написаны фамилия, имя, и отчество студента, факультет (институт), номер группы, название дисциплины (высшая математика), номер контрольной работы, номер варианта и домашний адрес студента. В конце работы следует поставить дату ее выполнения и расписаться.

5. Номер варианта контрольной работы, которую выполняет студент, должен совпадать с последней цифрой номера его зачетной книжки.

6. Решения задач надо располагать в порядке возрастания номеров. Условия задач следует переписать в тетрадь.

7. При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса.

Решение задач и примеров следует излагать подробно, объясняя все выполненные действия и используемые формулы. Решение каждой задачи должно доводиться до окончательного ответа, которого требует условие. В промежуточные вычисления не следует вводить приближенные значения корней, числа π , e и т. д.

Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Так, например, решив систему уравнений нужно проверить, удовлетворяют ли полученные решения каждому уравнению исходной системы. Полезно также, если это возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.

8. Срок проверки контрольных работ – 10 рабочих дней. ***Студенты обязаны сдавать письменные контрольные работы не позднее, чем за 10 дней до начала экзаменационной сессии. В противном случае они не будут допущены к зачетам и экзаменам.***

9. После получения прорецензированной работы студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты, внести в решения задач рекомендуемые рецензентом изменения или дополнения и ***прислать работу для повторной проверки***. В связи с этим рекомендуем при выполнении контрольной работы оставить в конце тетради несколько чистых листов для внесения исправлений и дополнений впоследствии.

В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

При представленных на повторную проверку исправлениях обязательно должны находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

10. Прорецензированные контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требованию рецензента, следует сохранять.

На экзамен студент должен явиться с рецензией на выполненную контрольную работу. ***Без предъявления преподавателю прорецензированных контрольных работ студент к экзамену не допускается.***

Содержание дисциплины

1. Аналитическая геометрия

Геометрические векторы. Определение геометрических векторов, линейные операции, линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы, координаты вектора, действия с векторами в координатах.

Умножения геометрических векторов. Скалярное произведение, определение и формула в ортонормированном базисе. Определители второго и третьего порядков. Векторное и смешанное произведение, определение, формулы и геометрические приложения.

Метод координат. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Основные задачи на прямую линию на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве.

Кривые и поверхности второго порядка. Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению. Полярные координаты на плоскости. Представление о поверхностях второго порядка.

Формируемые компетенции: ПК-1, ПК-3.

2. Линейные пространства

2.1. Векторное пространство R^n . Определение и свойства линейных операций над n -мерными векторами, векторное пространство R^n . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Скалярное умножение, неравенство Коши, норма (длина) n -мерного вектора. Ортогональность, угол между векторами. Базисы, координаты вектора относительно базиса, размерность. Ортогональные и ортонормированные базисы, процедура ортогонализации. Подпространства и линейные оболочки. Ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов, элементарные преобразования систем векторов.

2.2. Линейные отображения и матрицы Линейные отображения (преобразования, операторы). Матрицы, связь матриц с линейными отображениями. Алгебра линейных отображений и алгебра матриц. Транспонирование матрицы и его свойства. Симметричные матрицы. Понятие о сопряженном и самосопряженном линейном отображении.

2.3. Определители. Определение и элементарные свойства определителей. Определитель произведения матриц. Разложение определителя по строке (столбцу). Вычисление определителей с помощью элементарных преобразований. Определитель и линейная независимость системы векторов. Геометрический смысл определителя.

2.4. Ранг линейного отображения и ранги матриц. Ранг линейного отображения. Ранг матрицы. Ранг матрицы и линейная независимость системы векторов.

2.5. Обратная матрица. Обратимые линейные отображения. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований и с помощью союзной (присоединенной) матрицы. Преобразование координат вектора и элементов матрицы при переходе к новому базису. Ортогональные матрицы.

2.6. Системы линейных уравнений. Координатная, векторная и матричная формы записи системы линейных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Теоремы Кронекера-Капелли, Крамера,. Решение систем линейных уравнений методом элементарных преобразований (методом Гаусса). Решение однородных систем линейных уравнений.

2.7. Собственные векторы и собственные числа матрицы. Определение собственных векторов и собственных чисел линейного отображения и квадратной матрицы. Собственные подпространства. Вид матрицы линейного

отображения в базисе из собственных векторов. Понятие о характеристическом и минимальном многочлене квадратной матрицы. Квадратичные и билинейные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Основные понятия линейной балансовой модели. Элементы теории неотрицательных матриц.

Формируемые компетенции: ПК-1, ПК-3.

Далее приведены варианты контрольной работы . Отметим, что номер варианта контрольной работы, выполняемой студентом, должен совпадать с последней цифрой номера его зачетной книжки.

Вариант 0.

1. Решите систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2, \\ 3x + y - 2z = 3, \\ x + z = 3. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
- ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 , соответственно;
- з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$, если $A_1(1, -1, 0)$, $B_1(2, 3, 1)$, $C_1(-1, 1, 1)$, $D_1(4, -3, 5)$.

3. Дан эллипс $16x^2 + 25y^2 = 400$. Найти длины осей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.

Вариант 1.

1. Решите систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} y + 3z = -1, \\ 2x + 3y + 5z = 3, \\ 3x + 5y + 7z = 6. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

а) длину ребра A_1B_1 ;

б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;

в) уравнение ребра A_1B_1 ;

г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;

д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;

е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;

ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;

з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$,

если $A_1(2, 0, -3)$, $B_1(1, 1, 1)$, $C_1(4, 6, 6)$, $D_1(-1, 2, 3)$.

3. Дан эллипс $9x^2 + 16y^2 = 144$. Найти длины осей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.

Вариант 2.

1. Решите систему линейных уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 3, \\ 3x - 5y + z = -6, \\ 4x - 7y + z = -9. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

а) длину ребра A_1B_1 ;

б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;

в) уравнение ребра A_1B_1 ;

г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;

- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
 е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
 ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;
 з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$,
 если $A_1(-3, 1, 1)$, $B_1(0, -4, -1)$, $C_1(5, 1, 3)$, $D_1(4, 6, -2)$.

3. Дана гипербола: $36x^2 - 64y^2 = 2304$. Найти длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы. Составить уравнения асимптот и построить гиперболу.

Вариант 3.

1. Решите систему линейных уравнений

- а) методом Крамера;
 б) методом Гаусса;
 в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ x + y - z = 0, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
 б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;
 в) уравнение ребра A_1B_1 ;
 г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
 д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
 е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
 ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;
 з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$,
 если $A_1(1, 1, 4)$, $B_1(2, 1, 2)$, $C_1(1, -1, 2)$, $D_1(6, -3, 8)$.

3. Дана гипербола: $16y^2 - 9x^2 = 144$. Найти длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы. Составить уравнения асимптот и построить гиперболу.

Вариант 4.

1. Решите систему линейных уравнений

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1, \\ x + y + z = 6, \\ x - y - z = 0. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{A_1B_1}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{A_1B_1}$, $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{A_1C_1}$, $\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{A_1D_1}$ и докажите, что

они образуют линейно независимую систему;

ж) координаты вектора $\overrightarrow{MN}$, где M и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;

- з) разложение вектора $\overrightarrow{MN}$ по базису $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$, если $A_1(2, 1, -4)$, $B_1(-3, -5, 6)$, $C_1(0, -3, -1)$, $D_1(-5, 2, -8)$.

3. Дан эллипс $9x^2 + y^2 = 36$. Найти длины осей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.

Вариант 5.

1. Решите систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ -x + y + z = 0, \\ -x + y + 2z = 2. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
- ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где M и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;
- з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$, если $A_1(3, 0, 1)$, $B_1(1, 3, 0)$, $C_1(4, -1, 2)$, $D_1(-4, 3, 5)$.

3. Найти длины осей и координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $25x^2 - 144y^2 = 3600$. Найти уравнения асимптот и построить гиперболу.

Вариант 6.

1. Решите систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ -x + y - z = 0, \\ x + 2y - 3z = 1. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
- ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 , соответственно;
- з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$, если $A_1(3, 0, -1)$, $B_1(-1, -2, -4)$, $C_1(-1, 2, 4)$, $D_1(7, -3, 1)$.

3. Дана гипербола: $36y^2 - 64x^2 = 2304$. Найти длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы. Составить уравнения асимптот и построить гиперболу.

Вариант 7.

1. Решите систему линейных уравнений

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -x + 2y + z = 2, \\ -2x + 3y + z = 3, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;

ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;

з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$,
если $A_1(2, -2, 1)$, $B_1(1, 2, -1)$, $C_1(1, 0, 2)$, $D_1(2, 1, 0)$.

3. Дан эллипс $9x^2 + 16y^2 = 144$. Найти длины осей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.

Вариант 8.

1. Решите систему линейных уравнений

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3x + z = -1, \\ 5x + 2y + 3z = 3, \\ 7x + 3y + 5z = 6. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

а) длину ребра A_1B_1 ;

б) косинус угла между векторами $\overline{A_1B_1}$ и $\overline{A_1C_1}$;

в) уравнение ребра A_1B_1 ;

г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;

д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;

е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;

ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где М и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;

з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$,

если $A_1(1, -1, 1)$, $B_1(2, 1, -1)$, $C_1(-2, 0, 3)$, $D_1(2, -2, -4)$.

3. Дан эллипс $16y^2 + 25x^2 = 400$. Найти длины осей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.

Вариант 9.

1. Решите систему линейных уравнений

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ x + 3y - 5z = -6, \\ x + 4y - 7z = -9. \end{cases}$$

2. В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите:

- а) длину ребра A_1B_1 ;
- б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{A_1B_1}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$;
- в) уравнение ребра A_1B_1 ;
- г) уравнение грани $A_1B_1C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$;
- е) координаты векторов $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{A_1B_1}$, $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{A_1C_1}$, $\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{A_1D_1}$ и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
- ж) координаты вектора $\overrightarrow{MN}$, где M и N – середины ребер A_1D_1 и B_1C_1 соответственно;
- з) разложение вектора $\overrightarrow{MN}$ по базису $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$, если $A_1(0, 1, -1)$, $B_1(-3, 0, 1)$, $C_1(1, 2, 0)$, $D_1(1, -1, 2)$.

3. Найти длины осей и координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $25y^2 - 144x^2 = 3600$. Найти уравнения асимптот и построить гиперболу.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Линейная алгебра и элементы аналитической геометрии

Для решения задачи 1 и задачи 2 необходимо изучить следующую литературу: [1,4,5,6]

Теперь рассмотрим применение изученных формул на примерах.

ЗАДАЧА 1.

Решите систему линейных уравнений

- а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -4x + 4y - 6z = 3 \\ x - z = 1 \\ 3x + 8y + 7z = 2 \end{cases}$$

Решение.

а) Метод Крамера состоит в решении системы линейных уравнений по формулам Крамера $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$,

где $\Delta \neq 0$. (Подробности смотрите в пункте 3) задачи 1.

Так как $\Delta x = -60$; $\Delta y = -60$; $\Delta z = 60$; $\Delta = -120$; то $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$; $z = -\frac{1}{2}$.

б) решим данную систему уравнений методом Гаусса. Метод Гаусса состоит в том, что с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе ступенчатого (или треугольного) вида, из которой последовательно, начиная с последнего уравнения легко находят все неизвестные системы.

Составим расширенную матрицу данной системы.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 4 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

Поменяем местами первую и вторую строки матрицы, чтобы в ее левом верхнем углу была единица. Получим матрицу,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -6 & 3 \\ 3 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

Умножим каждый элемент первой строки матрицы на 4 и прибавим полученные числа к соответствующим элементам второй строки. Матрица примет вид,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 \times 4 + (-4) & 0 \times 4 + 4 & (-1) \times 4 - 6 & 1 \times 4 + 3 \\ 3 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -10 & 7 \\ 3 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

Умножим каждый элемент первой строки матрицы на -3 и прибавим полученные числа к соответствующим элементам третьей строки. Получим:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -10 & 7 \\ 1 \times (-3) + 3 & 0 \times (-3) + 8 & (-1) \times (-3) + 7 & 1 \times (-3) + 2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -10 & 7 \\ 0 & 8 & 10 & -1 \end{array} \right).$$

Разделим каждый элемент второй строки матрицы на 4 , чтобы второй элемент, стоящий на главной диагонали матрицы, стал равным 1 .

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 8 & 10 & -1 \end{array} \right).$$

Умножим каждый элемент второй строки матрицы на -8 и прибавим полученные числа к соответствующим элементам третьей строки:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 \times (-8) + 0 & 1 \times (-8) + 8 & -\frac{10}{4} \times (-8) + 10 & \frac{7}{4} \times (-8) - 1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 30 & -15 \end{array} \right).$$

Данная матрица соответствует системе уравнений $\begin{cases} x - z = 1 \\ y - \frac{10}{4}z = \frac{7}{4} \\ 30z = -15 \end{cases}$, решение

которой совпадает с решением исходной системы. Начиная с последнего уравнения несложно найти все неизвестные.

Действительно, так как $z = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$ и $y - \frac{10}{4}z = \frac{7}{4}$, то $y - \frac{10}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}$.

Отсюда, $y = \frac{7}{4} - \frac{10}{8} = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Из $x - z = 1$ имеем $x = z + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$.

Ответ: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = -\frac{1}{2}$.

в) решение системы в этом случае равно $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \times \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$, где $A^{-1} =$

$\begin{pmatrix} A_1/\Delta & A_2/\Delta & A_3/\Delta \\ B_1/\Delta & B_2/\Delta & B_3/\Delta \\ C_1/\Delta & C_2/\Delta & C_3/\Delta \end{pmatrix}$ – обратная матрица для матрицы $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$

– столбец свободных членов, Δ – определитель этой матрицы. (Общую запись системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными смотрите в задаче 1, пункт 3, система 2).

Составим матрицу состоящую из коэффициентов при неизвестных данной системы:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & -6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

Вычислим ее определитель $\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 4 & -6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 8 & 7 \end{vmatrix} = -4 \times \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} - 4 \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 6 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$

$$= -4 \times (0 + 8) - 4 \times (7 + 3) - 6 \times (8 - 0) = -32 - 40 - 48 = -120.$$

Вычислим алгебраические дополнения для всех элементов матрицы A :

$$A_1 = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = 0 - (-8) = 8;$$

$$A_2 = - \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = -(28 - (-48)) = -(28 + 48) = -76;$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times (-1) - 0 \times (-6) = -4;$$

$$B_1 = - \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -(7 - (-3)) = -10;$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -28 - (-18) = -28 + 18 = -10;$$

$$B_3 = - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -4 & -6 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(4 - (-6)) = -10;$$

$$C_1 = \begin{vmatrix} a_2 & e_2 \\ a_3 & e_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 8 - 0 = 8;$$

$$C_2 = - \begin{vmatrix} a_1 & e_1 \\ a_3 & e_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = -(-32 - 12) = 44;$$

$$C_3 = \begin{vmatrix} a_1 & e_1 \\ a_2 & e_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 4 = -4.$$

$$\text{Тогда } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{8}{-120} & \frac{-76}{-120} & \frac{-4}{-120} \\ \frac{-10}{-120} & \frac{-10}{-120} & \frac{-10}{-120} \\ \frac{8}{-120} & \frac{44}{-120} & \frac{-4}{-120} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{120} & \frac{76}{120} & \frac{4}{120} \\ \frac{10}{120} & \frac{10}{120} & \frac{10}{120} \\ -\frac{8}{120} & -\frac{44}{120} & \frac{4}{120} \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{8}{120} & \frac{76}{120} & \frac{4}{120} \\ \frac{10}{120} & \frac{10}{120} & \frac{10}{120} \\ -\frac{8}{120} & -\frac{44}{120} & \frac{4}{120} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{-8 \times 3 + 76 \times 1 + 4 \times 2}{120} \\ \frac{10 \times 3 + 10 \times 1 + 10 \times 2}{120} \\ \frac{-8 \times 3 - 44 \times 1 + 4 \times 2}{120} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-24 + 76 + 8}{120} \\ \frac{30 + 10 + 20}{120} \\ \frac{-24 - 44 + 8}{120} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{60}{120} \\ \frac{60}{120} \\ \frac{-60}{120} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Отметим, что ответы, полученные при решении разными методами совпадают между собой.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{1}{2}, \quad z = -\frac{1}{2}.$$

Задача 2.

В декартовой прямоугольной системе координат даны вершины пирамиды $A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите:

- а) длину ребра $A_1 B_1$;
- б) косинус угла между векторами $\overline{A_1 B_1}$ и $\overline{A_1 C_1}$;
- в) уравнение ребра $A_1 B_1$;
- г) уравнение грани $A_1 B_1 C_1$;
- д) уравнение высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1 B_1 C_1$;
- е) координаты векторов $\overline{e_1} = \overline{A_1 B_1}$, $\overline{e_2} = \overline{A_1 C_1}$, $\overline{e_3} = \overline{A_1 D_1}$, и докажите, что они образуют линейно независимую систему;
- ж) координаты вектора $\overline{MN}$, где M и N — середины ребер $A_1 D_1$ и $B_1 C_1$, соответственно;
- з) разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$, если $A_1(-2, 2, 2)$, $B_1(1, -3, 0)$, $C_1(6, 2, 4)$, $D_1(5, 7, -1)$.

Решение.

а) найдем координаты вектора $\overline{A_1 B_1}$ по формуле:

$\overline{A_1 B_1} = \{ X_{B_1} - X_{A_1}; Y_{B_1} - Y_{A_1}; Z_{B_1} - Z_{A_1} \}$, где $(X_{A_1}, Y_{A_1}, Z_{A_1})$ — координаты точки A_1 , $(X_{B_1}, Y_{B_1}, Z_{B_1})$ — координаты точки B_1 .

Итак, $\overline{A_1 B_1} = \{ 1 - (-2); -3 - 2; 0 - 2 \} = \{ 3; -5; -2 \}$. Тогда $|\overline{A_1 B_1}| = \sqrt{3^2 + (-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{38}$.

Итак, длина отрезка $\overline{A_1 B_1}$ (или длина вектора $\overline{A_1 B_1}$) равна $\sqrt{38}$. Это и есть искомая длина ребра.

б) координаты вектора $\overline{A_1 B_1} = \{ 3; -5; -2 \}$ уже известны, осталось определить координаты вектора $\overline{A_1 C_1}$: $\overline{A_1 C_1} = \{ 6 - (-2); 2 - 2; 4 - 2 \} = \{ 8; 0; 2 \}$.

Угол между векторами $\overline{A_1 B_1}$ и $\overline{A_1 C_1}$ вычислим по формуле:

$$\cos \varphi = \frac{(\overline{A_1 B_1}, \overline{A_1 C_1})}{|\overline{A_1 B_1}| \cdot |\overline{A_1 C_1}|},$$

где скалярное произведение векторов $\overline{A_1 B_1}$ и $\overline{A_1 C_1}$ равно $(\overline{A_1 B_1}, \overline{A_1 C_1}) = 3 \times 8 + (-5) \times 0 + (-2) \times 2 = 24 + 0 - 4 = 20$, $|\overline{A_1 B_1}| = \sqrt{38}$, $|\overline{A_1 C_1}| = \sqrt{8^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{68}$. Итак,

$$\cos \varphi = \frac{20}{\sqrt{38} \times \sqrt{68}} = \frac{10}{\sqrt{646}}.$$

в) координаты точки $A_1(-2, 2, 2)$ обозначим соответственно $X_0 = -2$, $Y_0 = 2$, $Z_0 = 2$, а координаты точки $B_1(1, -3, 0)$ через $X_1 = 1$, $Y_1 = -3$, $Z_1 = 0$ и воспользуемся уравнением прямой в пространстве, проходящей через две точки:

$$\frac{X - X_0}{X_1 - X_0} = \frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} = \frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0}.$$

Следовательно, уравнение ребра $A_1 B_1$ имеет вид $\frac{X - (-2)}{1 - (-2)} = \frac{Y - 2}{-3 - 2} = \frac{Z - 2}{0 - 2}$

или
$$\frac{X + 2}{3} = \frac{Y - 2}{-5} = \frac{Z - 2}{-2}.$$

г) обозначим координаты векторов $\overline{A_1 B_1}$ и $\overline{A_1 C_1}$ через $X_1 = 3$, $Y_1 = -5$, $Z_1 = -2$ и $X_2 = 8$, $Y_2 = 0$, $Z_2 = 2$, соответственно. Векторное произведение данных векторов определяется формулой

$$\begin{aligned} \overline{A_1 B_1} \times \overline{A_1 C_1} &= \{Y_1 \times Z_2 - Y_2 \times Z_1; Z_1 \times X_2 - Z_2 \times X_1; X_1 \times Y_2 - X_2 \times Y_1\} = \\ &= \{(-5) \times 2 - 0 \times (-2); -2 \times 8 - 2 \times 3; 3 \times 0 - 8 \times (-5)\} = \{-10, -22, 40\} \end{aligned}$$

Так как данный вектор перпендикулярен грани $A_1 B_1 C_1$, то можно воспользоваться уравнением плоскости, проходящей через точку (X_0, Y_0, Z_0) перпендикулярно вектору $\{A; B; C\}$, которое имеет вид:

$$A \times (X - X_0) + B \times (Y - Y_0) + C \times (Z - Z_0) = 0.$$

Подставим координаты точки $A_1 (X_0 = -2, Y_0 = 2, Z_0 = 2)$ и координаты перпендикулярного вектора $A = -10, B = -22, C = 40$ в это уравнение:

$-10(X + 2) - 22(Y - 2) + 40(Z - 2) = 0$. Раскроем скобки и приведем подобные члены $-10x - 22y + 40z + (-20 + 44 - 80) = 0$. Итак, уравнение грани $A_1B_1C_1$ имеет вид: $-10x - 22y + 40z - 56 = 0$ или $-5x - 11y + 20z - 28 = 0$.

д) вектор $\{A; B; C\}$ является направляющим вектором высоты, опущенной из вершины D_1 на грань $A_1B_1C_1$. Воспользуемся уравнением прямой в пространстве, проходящей через точку (x^*, y^*, z^*) с заданным направляющим вектором: $\frac{x - x^*}{A} = \frac{y - y^*}{B} = \frac{z - z^*}{C}$, где $x^* = 5, y^* = 7, z^* = -1$ — координаты точки D_1 .

Отсюда искомое уравнение: $\frac{X - 5}{-10} = \frac{Y - 7}{-22} = \frac{Z - (-1)}{40}$ или $\frac{X - 5}{-10} = \frac{Y - 7}{-22} = \frac{Z + 1}{40}$.

е) координаты вектора $\overline{A_1D_1} = \{5 - (-2); 7 - 2; -1 - 2\} = \{7; 5; -3\}$.

Обозначим $\overline{e_1} = \overline{A_1B_1} = \{3; -5; -2\}, \overline{e_2} = \overline{A_1C_1} = \{8; 0; 2\}, \overline{e_3} = \overline{A_1D_1} = \{7; 5; -3\}$.

Чтобы доказать, что векторы $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ образуют линейно независимую систему векторов необходимо убедиться, что определитель третьего порядка, составленный из координат этих векторов,

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 \\ 8 & 0 & 2 \\ 7 & 5 & -3 \end{vmatrix} \text{отличен от 0. Определитель третьего порядка равен}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \times (a_{22} \times a_{33} - a_{32} \times a_{23}) - a_{12} \times (a_{21} \times a_{33} - a_{31} \times a_{23}) + a_{13} \times (a_{21} \times a_{32} - a_{31} \times a_{22}).$$

Вычислим определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 \\ 8 & 0 & 2 \\ 7 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 3 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} - (-5) \times \begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} + (-2) \times \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 3 \times (0 \times (-3) - 5 \times 2) + 5 \times (8 \times (-$$

3) - 7 \times 2) -

$$- 2 \times (8 \times 5 - 7 \times 0) = 3 \times (-10) + 5 \times (-24 - 14) - 2 \times 40 = -30 - 190 - 80 = -300.$$

Так как данный определитель отличен от 0, то вектора $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ образуют линейно независимую систему.

ж) сначала найдем координаты точек М и N, соответственно. Координаты точки

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{X_{A_1} + X_{D_1}}{2}, \frac{Y_{A_1} + Y_{D_1}}{2}, \frac{Z_{A_1} + Z_{D_1}}{2} \right) = \left(\frac{(-2) + 5}{2}, \frac{2 + 7}{2}, \frac{2 + (-1)}{2} \right) \\ &= \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2} \right), \quad N = \left(\frac{X_{B_1} + X_{C_1}}{2}, \frac{Y_{B_1} + Y_{C_1}}{2}, \frac{Z_{B_1} + Z_{C_1}}{2} \right) = \\ &= \left(\frac{1 + 6}{2}, \frac{-3 + 2}{2}, \frac{0 + 4}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, 2 \right). \end{aligned}$$

Получаем вектор $\overline{MN} = \left\{ \frac{7}{2} - \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{9}{2}; 2 - \frac{1}{2} \right\} = \{2; -5; 1,5\}$.

з) обозначим через $\{x, y, z\}$ координаты вектора $\overline{MN}$ в базе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$.

Тогда $\overline{MN} = \{2; -5; 1,5\} = x \times \overline{e_1} + y \times \overline{e_2} + z \times \overline{e_3}$.

Так как: $x\overline{e_1} + y\overline{e_2} + z\overline{e_3} = x \times \{3; -5; -2\} + y \times \{8; 0; 2\} + z \times \{7; 5; -3\};$

$$x \times \overline{e_1} + y \times \overline{e_2} + z \times \overline{e_3} =$$

$$= \{3x; -5x; -2x\} + \{8y; 0; 2y\} + \{7z; 5z; -3z\} = \{3x + 8y + 7z; -5x + 5z; -2x + 2y - 3z\},$$

то приравнивая соответствующие координаты, получим систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$(1) \quad \begin{cases} 3x + 8y + 7z = 2 \\ -5x + 5z = -5 \\ -2x + 2y - 3z = 1,5 \end{cases}$$

Решим данную систему уравнений с помощью формул Крамера (см. [2] глава 10, стр. 268). Рассмотрим произвольную систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$(2) \quad \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = h_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = h_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = h_3 \end{cases}$$

Тогда $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$, где:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0, \quad \Delta x = \begin{vmatrix} h_1 & b_1 & c_1 \\ h_2 & b_2 & c_2 \\ h_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & h_1 & c_1 \\ a_2 & h_2 & c_2 \\ a_3 & h_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & h_1 \\ a_2 & b_2 & h_2 \\ a_3 & b_3 & h_3 \end{vmatrix}.$$

Для системы (1) определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 \\ -5 & 0 & 5 \\ -2 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 3 \times \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 8 \times \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + 7 \times \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(-10) - 8(15 + 10) + 7(-10) = -30 - 200 - 70 = -300;$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 \\ -5 & 0 & 5 \\ 1,5 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 8 \times \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ 1,5 & -3 \end{vmatrix} + 7 \times \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ 1,5 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2(0 - 10) - 8(15 - 7,5) + 7(-10) = -20 - 60 - 70 = -150;$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -5 & -5 & 5 \\ -2 & 1,5 & -3 \end{vmatrix} = 3 \times \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ 1,5 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + 7 \times \begin{vmatrix} -5 & -5 \\ -2 & 1,5 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(15 - 7,5) - 2(15 + 10) + 7(-7,5 - 10) = 22,5 - 50 - 122,5 = -150;$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 3 & 8 & 2 \\ -5 & 0 & -5 \\ -2 & 2 & 1,5 \end{vmatrix} = 3 \times \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1,5 \end{vmatrix} - 8 \times \begin{vmatrix} -5 & -5 \\ -2 & 1,5 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(0 + 10) - 8(-7,5 - 10) + 2(-10) = 30 + 140 - 20 = 150.$$

По формулам Крамера $x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-150}{-300} = \frac{1}{2}$, $y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-150}{-300} = \frac{1}{2}$, $z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{150}{-300} = -\frac{1}{2}$.

Итак, разложение вектора $\overline{MN}$ по базису $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$ имеет вид

$$\overline{MN} = x \times \overline{e_1} + y \times \overline{e_2} + z \times \overline{e_3} = \frac{1}{2} \times \overline{e_1} + \frac{1}{2} \times \overline{e_2} - \frac{1}{2} \times \overline{e_3}.$$

Для решения задачи 3 следует изучить п.4.4, 4.5, главы 4 [1].

Литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов / под. ред. проф. Н.Ш.Кремера.2007г. 479с.
2. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике.1 курс /К.Н. Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко.- 8-е изд..-М. :Айрис пресс, 2010.-576с.
3. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике.2 курс /К.Н. Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко.- 8-е изд..-М.: Айрис пресс, 2011.-592с.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : (в 2 ч.) ч.1.10изд.-М.: Айрис-пресс, 2010.-288с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : (в 2 ч.) ч.2.10изд.-М.: Айрис-пресс, 2011.-256с.
6. Справочник по математике для экономистов: Учебное пособие / под ред.проф. В.И.Ермакова, М.: Инфра -М, 2009.- 464с.
7. Щипачев В.С. Высшая математика .Учебник для вузов.-5-е изд. ,-М.: Высшая школа.2001.-479с.
8. Макаров. Математика для экономистов: электронный учебник/ С.И.Макаров.- Москва.: Кнорус, 2009.
9. Интернет-ресурсы.
- 10.www.chtivo.ru
- 11.www.prosto-tak.ru/i
- 12.www.nk1.ru
- 13.www.ismart.ru
- 14.www.bookroom.ru
- 15.www.lib.ua-ru