

1. Контрольное задание по линейной алгебре

Вариант №1

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить: $A^2 - BA + 3A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & -2 \\ 1 & 5 & -9 & 8 \\ 5 & 18 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 5 \\ 4x - y + 10z = 11. \\ 5x + 3y - 5z = 9 \end{cases}$$

Вариант №2

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -7 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ вычислить $B^2 + BA + 2A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 5 & -46 \\ 2 & 1 & -12 \\ 3 & 2 & 25 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 5y - 6z = 7, \\ -x + y + z = -9, \\ x - 5y - 3z = 11. \end{cases}$$

Вариант №3

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 - 2BA + A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 2 & -3 & 6 \\ 5 & 1 & 27 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y - 3z = 3 \\ -x - 2y + 3z = 0 \end{cases}.$$

Вариант №4

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ вычислить $2A^2 + BA + 3A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 3 & 14 \\ 4 & 2 & 13 \\ 3 & 5 & 26 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + 4y - 5z = -2 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ x - y + 10z = 20 \end{cases}.$$

Вариант №5

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $B^2 - BA + 4A$.
2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 27 \\ 4 & -1 & 35 \\ 5 & -2 & 43 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.
3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 7 & 1 & -3 & 10 \\ 17 & 1 & -7 & 22 \\ 3 & 4 & -2 & 10 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 9, \\ x + y + z = 3, \\ 3x + 4y + 3z = 6. \end{cases}$$

Вариант №6

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 + BA + 3B$.
2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$.
3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 10 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & -1 \\ 16 & 4 & 52 & 9 \\ 8 & -1 & 6 & -7 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса
$$\begin{cases} x + y + z = 11, \\ 2x - 5y + 3z = -11, \\ -x - 2y = -14. \end{cases}$$

Вариант №7

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 - BA + 4B$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 12 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 7x - 2y + 4z = 13 \\ 2x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + z = 0 \end{cases}.$$

Вариант №8

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -7 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $B^2 - BA + 3A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 6 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x + y + 4z = 4, \\ -x + y + z = -7, \\ -x + 5y - z = -1. \end{cases}$$

Вариант №9

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 + 3BA + 2B$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 5y - z = 6, \\ 2x + 2y + 2z = 6, \\ 4x + z = -9. \end{cases}$$

Вариант №10

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 - BA + 3A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -5 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -8 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & -1 & -5 & -7 \\ 3 & -6 & 0 & -6 & -9 \\ 1 & 1 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 4. \\ x + z = 6 \end{cases}$

Вариант №11

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ вычислить $B^2 - BA + 2A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & -6 & 1 \\ -3 & -1 & -8 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x - z = -2 \\ 2x - y - z = 4. \\ y - z = -6 \end{cases}$$

Вариант №12

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $3A^2 - BA + B$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & -3 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x - y + z = 1 \\ -3x + 2y + 5z = -20. \\ -4x - 2y + z = -18 \end{cases}$$

Вариант №13

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ -2 & -4 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 + 4BA + B$.
2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.
3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - 2z = -1. \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант №14

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $A^2 - BA + 2B$.
2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -7 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.
3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса
$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ 2x + 2y - z = 2. \\ -y + 4z = 0 \end{cases}$$

Вариант №15

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить $B^2 - BA + 5A$.

2. Вычислить обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 3 & 13 & -5 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - 2y + 3z = 3. \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

2. Контрольное задание по векторной алгебре и аналитической геометрии

Задача 1.

Коллинеарны ли векторы, c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

Задача 2.

1) Вычислите площадь треугольника с вершинами в точках A_1, A_2, A_3 , и его высоту A_1H .

2) Вычислите объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту A_4H , опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

3) Составьте уравнение грани $A_1A_2A_3$ и уравнение высоты A_4H .

4) Найдите координаты точки H .

Вариант 1.

1. $a = \{1, -2, 3\}, b = \{3, 0, -1\}, c_1 = 2\vec{a} + 4b, c_2 = 3b - a$.

2. $A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3)$.

Вариант 2.

1. $a = \{1, 0, 1\}, b = \{-2, 3, 5\}, c_1 = a + 2b, c_2 = 3a - b$.

2. $A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4)$.

Вариант 3.

1. $a = \{-2, 4, 1\}, b = \{1, -2, 7\}, c_1 = 5a + 3b, c_2 = 2a - b$.

2. $A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1)$.

Вариант 4.

1. $a = \{1, 2, -3\}, b = \{2, -1, -1\}, c_1 = 4a + 3b, c_2 = 8a - b$.

2. $A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6)$.

Вариант 5.

1. $a = \{3, 5, 4\}, b = \{5, 9, 7\}, c_1 = -2a + b, c_2 = 3a - 2b$.

2. $A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, -, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7)$.

Вариант 6.

1. $a = \{1, 4, -2\}, b = \{1, 1, -1\}, c_1 = a + b, c_2 = 4a + 2b$.

2. $A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3)$.

Вариант 7.

1. $a = \{1, -2, 5\}, b\{3, -1, 0\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$

2. $A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1).$

Вариант 8.

1. $a = \{3, 4, -1\}, b\{2, -1, 1\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$

2. $A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7).$

Вариант 9.

1. $a = \{-2, -3, -2\}, b\{1, 0, -5\}, c_1 = 3a + 9b, c_2 = -a - 3b.$

2. $A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6).$

Вариант 10.

1. $a = \{1, 4, 2\}, b\{3, -2, 6\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$

2. $A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1).$

Вариант 11.

1. $a = \{5, 0, -1\}, b\{7, 2, 3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$

2. $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6), A_4(8, 4, -9).$

Вариант 12.

1. $a = \{0, 3, -2\}, b\{1, -2, 1\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 3a + 5b.$

2. $A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 2, 5).$

Вариант 13.

1. $a = \{-2, 7, -1\}, b\{-3, 5, 2\}, c_1 = 2a + 3b, c_2 = 3a + 2b.$

2. $A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4), A_4(-1, 0, -2).$

Вариант 14.

1. $a = \{3, 7, 0\}, b\{1, -3, 4\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$

2. $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7), A_4(7, 5, -3).$

Вариант 15.

1. $a = \{-1, 2, -1\}, b\{2, -7, 1\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$

2. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(5, 9, -8).$

3. Контрольное задание по теме «Введение в математический анализ.

Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного»

Вариант 1

1) Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 7x + 12}{16 - x^2}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1 + 2x)}{\sin x^2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 7x + 12}{16 + x^2}.$$

2) Найдите производные следующих функций.

$$a) y = \frac{e^x}{e^x - 2}. \quad б) y = \cos 5x. \quad в) y = x^2 \ln x. \quad г) y = \arccos \frac{1}{x^3}.$$

3) Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{2x \sin x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$.

Вариант 2

1) Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{1 - \cos x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 7x + 12}{13 + x^2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x + 12}{13 + x^2}.$$

2) Найдите производные следующих функций.

$$a) y = \frac{e^x + 1}{e^x - x}. \quad б) y = \sqrt{3x + 2}. \quad в) y = x^2 \ln(x + 4). \quad г) y = \arcsin \frac{1}{x^3}.$$

3) Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{2 \operatorname{tg} \frac{x^2}{4}}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$.

Вариант 3

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 - 3x + 5}{2x^8 + x^2 + 1}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x^3}{x \cdot \sin^2 x}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$а) y = \frac{e^x}{e^x - \cos x}, \quad б) y = \sqrt[3]{6x^2 - 1}, \quad в) y = x^3 \ln(x^2 + 4x), \quad г) y = \arctg \frac{1}{x^3}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 3x}{x^2 - \sin x}$, б) $\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi) \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

Вариант 4

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 4x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2\sqrt{x}} - 1}{\arcsin 3\sqrt{x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 4x}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$а) y = \frac{e^x + x}{e^x - 1}, \quad б) y = \sin(2x + 3), \quad в) y = x^3 \cos(x^2 + 1), \quad г) y = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \cos 3x - 1}{\operatorname{tg}^2 4x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x \cdot \operatorname{tg} x$.

Вариант 5

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 4x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x^2} - 1}{x \cdot \operatorname{arctg} 3x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 4x}$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = \frac{\sin x}{e^x + 1}. \quad б) y = \ln(4x - 3). \quad в) y = x^2 \sin x^2. \quad г) y = \arccos \sqrt{x}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sin x}{32x^2},$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctgx} - \frac{1}{x^2} \right).$

Вариант 6

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{e^{x^2} - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25x^6 - 3x^5 + 5x}{3x^8 + 4x + 2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}{x^2 - 9}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^2 e^x. \quad б) y = \sqrt{7 + 2x}. \quad в) y = \frac{x-3}{x^3}. \quad г) y = e^{-\sqrt{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - x^2}{\ln(1+x)},$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-x}).$

Вариант 7

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x \cdot \ln 4x^2}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 7x + 1}{3x^5 + 4x + 2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{13-x}}{x^2 - 16}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = xe^{3x}. \quad б) y = \sqrt{6-5x}. \quad в) y = \frac{x-1}{x^3+1}. \quad г) y = 2^{-\sqrt{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1-x)}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}},$ б) $\lim_{x \rightarrow 0+} (1+x)^{\ln x}.$

Вариант 8

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 5}{-5x^2 + 3x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 3x}{\arcsin 5x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x + 5}{-5x^2 + 3x}$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^2 e^x. \quad б) y = \operatorname{tg}(3x-1). \quad в) y = \frac{x-1}{x^2+1}. \quad г) y = 2^{\frac{1}{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 1)e^{1-x^2},$

Вариант 9

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{e^{x^2} - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x + 5}{4x^8 + 9x^2 + 1}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 3}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^3 e^x. \quad б) y = . \quad в) y = \operatorname{ctg}(3x - 1) \quad y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}. \quad г) y = 2^{\frac{1}{x^2}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 1-} \ln(1 - x^2) \cdot \sin \pi x,$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}.$

Вариант 10

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^{3x} - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5}, \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10} - 2x + 5}{4x^8 + 9x^2 + 1}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^2 3^x. \quad б) y = \sqrt[3]{4x - 9}. \quad в) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}. \quad г) y = 2^{(1-x^2)}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} (4 + x^2),$ б) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln \sin x}{e^x - 1 + \frac{1}{x}}.$

Вариант 11

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x^2 - 36}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 - 6x + 5}{2x^8 + x^2 + 1}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x^2}{\ln^2(1 + 2x)}$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = \frac{5^x + 1}{x - 1}. \quad б) y = \sqrt[5]{7x + 1}. \quad в) y = x^2 \ln(x + 4). \quad г) y = \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right), \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 2x}.$$

Вариант 12

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 11x + 10}{100 - x^2}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 7x + 5}{2x^4 + 9x^2 + 1}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x^2}{\ln^2(1 + 3x)}.$$

2. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{x - 2}{e^x - x}. \quad б) y = \sin(5x - 2). \quad в) y = x^3 \cos(x^2 + 1). \quad г) y = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \operatorname{tg} x} \right),$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^x}{x^2 + 1}.$

Вариант 13

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\operatorname{arctg} 6x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}, \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 2x + 1}{3x^8 + 9x^7 + 8}$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^2(e^x - \cos x). \quad б) y = \operatorname{arctg}(3x - 7). \quad в) y = \frac{x-3}{x^3}. \quad г) y = e^{-\sqrt{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \arcsin x)}{\cos^2 x - 1},$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^x}{x^2 + x + 1}.$

Вариант 14

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x + 5}{2x^4 + 9x^2 + 1}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x^2}{\ln^2(1 + 5x)}.$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = x^2(5^x - 6). \quad б) y = y = \operatorname{arccrc}(5x - 9). \quad в) y = \frac{x-1}{x^2+1}. \quad г) y = e^{\frac{1}{x}}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило

Лопиталя. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} \ln\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \operatorname{ctg} x,$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\operatorname{tg} x + x}{\sin x + x}.$

Вариант 15

1. Найдите пределы функций, используя основные правила вычисления пределов и таблицу эквивалентных бесконечно больших и бесконечно малых функций.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 3x} \right), \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (e^{2x} - 1)}{\operatorname{arctg} 3x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1} - 3}{x-3}$$

2. Найдите производные следующих функций.

$$a) y = \sin x e^x. \quad б) y = \arccos(6 - 5x). \quad в) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}. \quad г) y = 2^{(1-x^2)}.$$

3. Укажите вид неопределенности и вычислите пределы, используя правило Лопиталя.

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x + 7)e^{-x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{1 - \frac{1}{x}}.$$