

Контрольная работа состоит из двух частей: «Числовые ряды» и «Дифференциальные уравнения».

Контрольная работа № 1 по теме «Числовые ряды».

Вариант 1

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{\pi}{\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2(n+1)}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n^2}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^3}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

Вариант 2

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n + 3}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^3 + 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{n^2 + 1}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

Вариант 3

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{7^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot \sin \frac{\pi}{2^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1) \cdot \ln^2(n+2)}$.

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{(n+1)^3 \cdot 2^n}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)^3}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вариант 4

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n^2 + 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+2)}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вариант 5

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln 3n}{5n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{3^n \cdot n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) n^2 \cdot \frac{1}{4^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \ln(n+1)}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \ln n}{n}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3(n+1)}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

Вариант 6

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{\pi}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n! \cdot 2^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n \cdot n^3$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2 \sqrt{n}}$.

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n^2 + 1)}{(n + 4)^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n + 1}{3n + 1} \right)^n$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n + 1)!}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Вариант 7

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n + 7)(2n + 9)}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + 5} \cdot \cos \frac{\pi}{3n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{10}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 3}{7n^2 - 6} \right)^{2n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{2}}{n(n + 1)}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (2n + 1)}{4n + 5}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 + 3}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

Вариант 8

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 + 2^n}{5 + 3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n \cdot (3n + 5)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \cdot e^{-n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n + 1) \cdot \sqrt{\ln(n + 1)}}$.
3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot (5n^2 + 1)}{7n^2 + 5}$.
4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^3 + 1)^2}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вариант 9

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 6)(n + 7)}$.
2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \sin \frac{\pi}{3^n}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}; \text{ г) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln n}.$$

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{2n-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$.

4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вариант 10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}$.

2. Исследовать сходимость знакоположительных рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4n}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n+1}}{n \cdot 3^n}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \cdot \operatorname{arctg}^{2n} \frac{\pi}{3n}; \text{ г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-2) \cdot \ln(n-3)}.$$

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n^2}{(n+1)!}$.

4. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^2(n+3)}$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

Контрольная работа № 2 по теме «Дифференциальные уравнения».

Вариант 1.

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4 \frac{y}{x} + 2$

3. Решить задачу Коши: $xy' = xy + e^x$, $y(1) = 0$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''' x \ln x = y''$

Вариант 2

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$

3. Решить задачу Коши: $xy' + y = 2y^2 \ln x$, $y(1) = 1/2$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy''' + y'' = 1$

Вариант 3

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $\sqrt{4+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $y' = \frac{x+y}{x-y}$
3. Решить задачу Коши: $2(xy' + y) = xy^2$, $y(1) = 2$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $2y''' = y''$

Вариант 4

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $\sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$
3. Решить задачу Коши: $x^2 y' = 2xy + 2x^3 - 1$, $y(1) = 1$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy''' + y'' = x + 1$

Вариант 5

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$
3. Решить задачу Коши: $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$, $y(\pi/2) = 1$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения:
 $\operatorname{tg} x \cdot y'' - y' + 1/\sin x = 0$

Вариант 6

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$
3. Решить задачу Коши: $2xy' + y = 2x^3$, $y(1) = 1$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $x^2 y'' - xy' = 1$

Вариант 7

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$
3. Решить задачу Коши: $x^2y' - (2x-1) = x^2e^{1/x}$, $y(1) = e$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$

Вариант 8

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$
3. Решить задачу Коши: $xy' + 2y = x^4$, $y(1) = -5/6$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $x^3y''' + x^2y'' = 1$

Вариант 9

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $6xdx - 6ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения: $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$
3. Решить задачу Коши $y' = \frac{2xy}{1+x^2} + x^2 + 1$, $y(1) = 3$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $\operatorname{tg} x \cdot y''' = 2y''$

Вариант 10

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0$
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:
 $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$
3. Решить задачу Коши: $x^3y' + 3yx^2 = 2$, $y(1) = 1$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''' \operatorname{cth} 2x = 2y''$