
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению контрольной работы
и варианты контрольных работ

В соответствии с учебным планом студенты, в процессе изучения курса «Математический анализ» должны выполнить контрольную работу, которая является важной формой самостоятельной работы студентов. Она способствует углубленному изучению соответствующих тем курса. Ее цель – оказать помощь студентам в изучении математики, проверить усвоение ими отдельных вопросов курса, умение самостоятельно работать с литературой, наличие соответствующих умений и навыков.

При подготовке к контрольной работе студенту необходимо научиться работать со справочной и учебной литературой; усвоить основные теоретические положения; уметь анализировать условия задач, выбрать необходимые алгоритм и методы ее решения; оценить и проверить правильность полученного результата.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студента в ходе выполнения им контрольной работы в данном комплексе приведены пояснения к решению типовых заданий и необходимые теоретические сведения, расположенные в разделе методических указаний по самостоятельной работе студентов в соответствии с темами курса.

При оформлении контрольной работы студенту необходимо соблюдать следующие требования:

1. Заполнить титульный лист по правилам, предусмотренным в ЦДО.
2. Аккуратно переписать условие задания.
3. Подробно описать решение задачи, при необходимости выполнить чертеж. Решение должно содержать необходимые комментарии и вычисления.
4. Исследования функций проводить в соответствии с предложенным алгоритмом.
5. В завершении необходимо написать полученный ответ и при необходимости сделать его проверку.
6. В конце работы должен быть приведен список фактически использованной литературы в алфавитном порядке, указана дата выполнения работы.

Контрольная работа выполняется в соответствии с предлагаемыми ниже вариантами. По номеру варианта необходимо выбрать порядковый номер примера в каждом задании каждой темы контрольной работы. Например, для 5 варианта необходимо решить все пятые примеры всех заданий из всех тем контрольной работы.

Выбор варианта производится по начальной букве фамилии студента:

Начальная буква фамилии студента	Вариант
А, Б	1
В, Г	2
Д, Е, Ж	3
З, И, К	4
Л, М	5
Н, О, П	6
Р, С	7
Т, У, Ф, Х	8
Ц, Ч, Ш, Щ	9
Э, Ю, Я	10

Выполненные контрольные работы высылаются на проверку и рецензирование через Портал в сроки, установленные учебным планом и графиком изучения дисциплины.

При проверке контрольной работы учитываются понимание сути вопроса, знание фактического материала, умение логично и ясно изложить решение. По качеству выполнения работы преподаватель судит об усвоении студентом изучаемых тем, делает замечания и пожелания по процессу изучения дисциплины.

Контрольная работа оценивается по принципу «зачтено / незачтено» и может быть зачтена при условии, что она выполнена с соблюдением распределения вариантов, написана самостоятельно, в соответствии с изученным теоретическим материалом.

Проверенная работа может быть возвращена на доработку. Если рецензент предлагает переделать работу, то необходимо приложить к новой еще и незачтенную работу.

Получив зачет по контрольной работе, студент допускается к сдаче экзамена.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

ЗАДАНИЕ 1. (тема 1) ПРЕДЕЛЫ ФУНКЦИЙ

Вычислить пределы:

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x} - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{8} \operatorname{tg}^2 \frac{5x}{4} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^{4x}$

2. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{x^3-27}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+2} \right)^{x-1}$

3. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\arcsin 12x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-2} \right)^x$

4. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4x+3}{x+5}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{x \cdot \sin 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x-1} \right)^x$

5. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+2x^3-1}{100x^3+2x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \operatorname{ctg} 5x$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}$

6. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{6}{9-x^2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10\pi x}{\operatorname{tg} 5x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+1} \right)^{2x}$

7. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2-x}}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{\arcsin 10x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x-2} \right)^x$

8. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+2})$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{2x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+1} \right)^{2x}$

9. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2-\sqrt{6+x}}{\sqrt{7-x}-3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\operatorname{tg}^2 6x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+3}$

10. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x-2} \right)^x$

ЗАДАНИЕ 2. (тема 3) ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Используя дифференциальное исчисление, провести полное исследование функции и построить ее график:

1. $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x$

2. $y = x^2 - 6x + 3$

3. $y = x + \frac{27}{x^3}$

4. $y = x^2 + x$

5. $y = x^3 - 12x^2 + 36x$

6. $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

7. $y = \frac{2}{x^2 - 4}$

8. $y = \frac{x}{1-x^2}$

9. $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

10. $y = (x-1)^2(x+2)$

ЗАДАНИЕ 3. (тема 4) НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Вычислить неопределенные интегралы, используя методы интегрирования:

а) – непосредственное интегрирование;

б) – замены переменной;

в) – интегрирования по частям.

1. а) $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x\sqrt{x}} dx$ б) $\int e^{4\cos x - 1} \sin x dx$ в) $\int (x + 1) \ln x dx$

2. а) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ б) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx$ в) $\int (x - 7) \sin x dx$

3. а) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$ б) $\int \frac{10x - 3x^2}{x^3 - 5x^2} dx$ в) $\int x^2 e^{3x} dx$

4. а) $\int \frac{\cos 4x - \cos 6x}{\sin 5x} dx$ б) $\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{3}{x}} dx$ в) $\int (4 - x) e^{-3x} dx$

5. а) $\int \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} dx$ б) $\int \cos x \sqrt{1 - 2 \sin x} dx$ в) $\int \ln^2 x dx$

6. а) $\int \frac{1 - \cos 2x}{6 \sin x} dx$ б) $\int \frac{6x - 5}{\sqrt{3x^2 - 5x + 4}} dx$ в) $\int (1 - 3x) \cos 2x dx$

7. а) $\int (3^x + 5^x)^2 dx$ б) $\int \frac{7^x}{\sqrt{49^x + 1}} dx$ в) $\int x^2 \ln x dx$

8. а) $\int \frac{\cos 4x - \cos 6x}{\sin 5x} dx$ б) $\int \operatorname{ctg} 5x dx$ в) $\int (x^2 - 6x) e^{-x} dx$

9. а) $\int \frac{1}{\sqrt{4 + 3x^2}} dx$ б) $\int \frac{e^{5x}}{4 - e^{10x}} dx$ в) $\int \sqrt{x} \ln x dx$

10. а) $\int \frac{2x^2 - 8}{16 - x^4} dx$ б) $\int e^{3x} \sqrt[4]{e^{3x} + 8} dx$ в) $\int (x + 2) \ln x dx$

ЗАДАНИЕ 4. (тема 5) ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

4.1 Вычислить определенный интеграл:

$$1) \int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$$

$$3) \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$4) \int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x dx$$

$$5) \int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx$$

$$6) \int_{-1}^0 (2x+3) \cdot e^{-x} dx$$

$$7) \int_1^2 (3x+2) \cdot \ln x dx$$

$$8) \int_0^{\pi} (\pi - x) \cdot \sin x dx$$

$$9) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$10) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$$

4.2 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными кривыми. Сделать чертеж.

$$1. y = \frac{3}{x}, \quad x + y = -4.$$

$$2. y = x^2, \quad y = -x^2, \quad x = 1.$$

$$3. 4x^2 - 3y = 0, \quad 2x - y = 0.$$

$$4. y = \frac{1}{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

$$5. y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

$$6. 3x^2 - 4y = 0, \quad 2x - 4y + 1 = 0.$$

$$7. y = x^2 + 3, \quad x = 0, \quad y = x - 1, \quad x = 2.$$

$$8. y = x^2 - 1, \quad x = 0, \quad y = x - 5, \quad x = 2.$$

$$9. y = x^2, \quad y = \sqrt{x}.$$

$$10. 2x^2 - 3y = 0, \quad 2x - y = 0.$$

ЗАДАНИЕ 5. (тема 6) НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Вычислить интеграл или установить его расходимость:

$$1. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + 1};$$

$$б) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$$

$$2. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 13};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

$$3. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 13};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}.$$

$$4. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 8};$$

$$б) \int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}.$$

$$5. a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2};$$

$$б) \int_{-3}^1 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$6. a) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2};$$

$$б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}.$$

$$7. a) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x};$$

$$б) \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^3}.$$

$$8. a) \int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 20};$$

$$б) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3-x}}.$$

$$9. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+1}; \quad \text{б) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}. \quad 10. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2-2x+2}; \quad \text{б) } \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}.$$

ЗАДАНИЕ 6. (тема 7) РЯДЫ

6.1 Числовые ряды. Исследовать ряд на сходимость

$$\begin{array}{ll} 1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{10n-1}. & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-3n}{n^3}. \\ 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1,1^n}{n}. & 4. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \cdot 0,8^n \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}. & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{2^n} \\ 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+7} \\ 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{n^2+1} \end{array}$$

6.2 Степенные ряды. Определить область сходимости степенного ряда

$$\begin{array}{ll} 1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}. & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}. \\ 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n}. \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1,5)^n}{3^n}. & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}. \\ 7. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-2)^n & 8. \sum_{n=1}^{\infty} 5^n \frac{(x+3)^n}{4^n}. \\ 9. \frac{(x+1,5)^n}{2^n}. & 10. \frac{(x-2)^n}{3^n}. \end{array}$$

ЗАДАНИЕ 7. (тема 8) ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Исследовать функцию двух переменных на экстремум:

$$\begin{array}{lll} 1. z = x^3 + 6y^2 + 9xy + 4 & 2. z = \frac{x^3}{3} + y^2 & 3. z = y^3 + yx^2 + x \\ 4. z = \frac{x^2}{y-2} & 5. z = x^3 + \frac{y^4}{4} & 6. z = x^2 + 2y - 3xy \\ 7. z = \frac{y^4}{4} - 2x^2 & 8. z = \frac{(y-1)^2}{x^2+1} & 9. z = x^3 - 3xy \end{array}$$

$$10. y = \frac{2}{x^2 + 2y}$$

ЗАДАНИЕ 8. (тема 9) РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

8.1 Найти общее и частное решения дифференциального уравнения:

- | | |
|---|--|
| 1. $(1+x^2)y' + (1+2y)x = 0, y(1) = 0.$ | 6. $y(2x+1)y' = \sqrt{3+y^2},$
$y(0) = -1.$ |
| 2. $(2x+1)dy + y^2dx = 0, y(0) = 1.$ | 7. $y^2y' = 3-2x, y(0) = 1.$ |
| 3. $(1+2y)x dx + (1+x^2)dy = 0,$
$y(0) = 0.$ | 8. $y' - xy^2 = 2xy,$
$y(0) = -1.$ |
| 4. $y'tgx + 2y = 2, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$ | 9. $y(1+x^2)y' = x(1+y^2),$
$y(0) = -1.$ |
| 5. $y(1+x^2)y' = 1+y^2, y(0) = -1$ | 10. $y'ctgx + y = 1,$
$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}.$ |

8.2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $y(0) = 1; y'(0) = -1$:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $y'' + 6y' + 13y = 0;$ | 6. $y'' - 4y' + 4y = 0;$ |
| 2. $y'' - 4y' + 8y = 0;$ | 7. $y'' - 6y' + 9y = 0;$ |
| 3. $y'' + y' - 6y = 0;$ | 8. $y'' - 4y' + 4y = 0;$ |
| 4. $y'' + 2y' + 5y = 0;$ | 9. $y'' + 2y' - 8y = 0;$ |
| 5. $y'' - 4y' + 5y = 0;$ | 10. $y'' - 4y' + 5y = 0;$ |