Министерство образования и науки Российской Федерации

Южно-Российский государственный технический университет

(Новочеркасский политехнический институт)

А.В. Благин

Т.А.Аскарян

А.И.Попов

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Часть 1

Учебное пособие к практическим занятиям и выполнению индивидуальных домашних заданий по физике для студентов дневной формы обучения

Новочеркасск 2006

ББК 22.3
УДК 530.1 (075.8)
Б

Рецензенты:
доктор физ.-мат. наук, проф. Л.С.Лунин
канд. физ.-мат. наук, доц. Е.И.Киреев

Благин А.В., Аскарян Т.А., Попов А.И.

Задачи по физике. Учебное пособие к практическим занятиям и выполнению индивидуальных домашних заданий по физике / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2006. – 72 с.

Пособие написано с учетом требований Государственных образовательных стандартов для студентов технических специальностей высших учебных заведений, изучающих физику в течение 3-х семестров. Главное внимание уделено методическим рекомендациям и пояснениям к решению заданий.

УДК 530.1 (075.8)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§1. Кинематика

Основные формулы

Радиус – вектор $\bar{r}$ определяет положение материальной точки в пространстве. Он связан с координатами *x, y, z* соотношением

$$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k} .$$

Кинематические уравнения поступательного движения материальной точки (центра масс твердого тела) в координатной форме имеют вид

$$x = f_1(t),\ y = f_2(t),\ z = f_3(t),$$

где $f_i(t)$ – некоторые функции времени.

Средняя скорость равна

$$<\bar{V}> = \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} ,$$

где $\Delta\bar{r}$ – вектор перемещения за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость равна

$$<V> = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt. Путь ΔS в отличие от разности координат не может убывать и принимать отрицательные значения, то есть $\Delta S \geq 0$.

Мгновенная скорость определяется по формуле

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}.$$

Среднее ускорение равно:

$$<\bar{a}> = \frac{\Delta\bar{V}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение равно

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt}.$$

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau .$$

Модули этих ускорений равны

$$a_n = \frac{V^2}{R}; \ a_\tau = \frac{dV}{dt}; a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

Кинематическое уравнение прямолинейного равноускоренного движения вдоль координатной оси x имеет вид

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Кинематическое уравнение вращательного движения материальной точки имеет вид

$$\varphi = f(t),$$

где φ – угол поворота.

Модуль мгновенной угловой скорости равен

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Модуль мгновенного углового ускорения равен

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности, выражается уравнениями

$$V = \omega R; a_\tau = \varepsilon R; a_n = \omega^2 R,$$

где V – линейная скорость; a_τ и a_n – тангенциальное и нормальное ускорения; ω – угловая скорость; ε – угловое ускорение; R – радиус окружности.

Угол между полным ускорением $\bar{a}$ и нормальным $\bar{a}_n$ равен

$$\alpha = \arccos(a_n / a).$$

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Задачи

1.1. Две прямые дороги пересекаются под углом $\alpha = 60^0$. От перекрестка по ним удаляются машины: одна со скоростью

v_1 = 60 км/ч, другая со скоростью v_2 = 80 км/ч. Определить скорость v, с которой машины удаляются друг от друга. Перекресток машины прошли одновременно.

1.2. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью v_1 = 60 км/ч, остальную часть пути – со скоростью v_2 = 80 км/ч. Какова средняя путевая скорость $\langle v \rangle$ автомобиля?

1.3. Первую половину пути тело двигалось со скоростью v_1 = 2 м/с, вторую – со скоростью v_2 = 8 м/с. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$.

1.4. Тело прошло первую половину пути за время t_1 = 2 с, вторую – за время t_2 = 8 с. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ тела, если длина пути S = 20 м.

1.5. Точка прошла половину пути со скоростью v_0. На оставшейся части пути она половину времени двигалась со скоростью v_1, а последний участок прошла со скоростью v_2. Найти среднюю за все время движения скорость точки.

1.6. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте *А*. Через t = 60 мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии $S=6{,}0$ км ниже пункта *А*. Найти скорость течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал в одном режиме.

1.7. Корабль движется по экватору на восток со скоростью v_0 = 30км/ч. С юго-востока под утлом $\varphi = 60°$ к экватору дует ветер со скоростью = 15 км/ч. Найти скорость v' ветра относительно корабля и угол φ' между экватором и направлением ветра в системе отсчета, связанной с кораблем.

1.8. Два пловца должны попасть из точки *А* на одном берегу реки в прямо противоположную точку *В* на другом берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой *АВ,* другой же — все время держать курс перпендикулярно к течению, а расстояние, на которое его снесет, пройти пешком по берегу со скоростью *u*. При каком значении *u* оба пловца достигнут точки *В* за одинаковое время, если скорость течения v_0 = 2 км/ч и скорость каждого пловца относительно воды v = 2,5 км/ч?

1.9. От бакена, который находится на середине широкой реки, отошли две лодки, *А* и *В*. Обе лодки стали двигаться по взаимно перпендикулярным прямым: лодка A — вдоль реки, а лодка B - поперек. Удалившись на одинаковое расстояние от бакена, лодки вернулись затем обратно. Найти отношение времен движения лодок t_A/t_B, если скорость каждой лодки относительно воды в n = 1,2 раза больше скорости течения.

1.10. Лодка движется относительно воды со скоростью, в n = 2 раза меньшей скорости течения реки. Под каким углом к направлению течения лодка должна держать курс, чтобы ее снесло течением как можно меньше?

1.11. Две частицы движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения O. В момент t = 0 частицы находились на расстояниях l_1 и l_2 от точки O. Через сколько времени после этого расстояние между частицами станет наименьшим? Чему оно равно?

1.12. Уравнение прямолинейного движения имеет вид $x = At + Bt^2$, где A = 3 м/с, B = -0,25 м/с^2. Построить графики зависимости координаты и пути от времени для данного движения.

1.13. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A = 4 м/с, B = -0,05 м/с^2. Определить момент времени, в который скорость v точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости от времени координаты, пути, скорости и ускорения для этого движения.

1.14. Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением a = 0,1 м/с^2, человек начал идти в том же направлении со скоростью v = 1,5 м/с. Через какое время t поезд догонит человека? Определить скорость v_1 поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.

1.15. Из одного и того же места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через 2 с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью v_1 = 1 м/с и ускорением a_1 = 2 м/с^2, вторая – с начальной скоростью v_2 = 10 м/с и ускорением a_2 = 1 м/с^2. Через сколько времени и на каком расстоянии от исходного положения вторая точка догонит первую?

1.16. Движение точки по прямой задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A = 2 м/с, B = -0,5 м/с^2. Определить среднюю путевую скорость <v> движения точки в интервале времени от t_1 = 1 с до t_2 = 3 с.

1.17. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где A = 6м/с, B = -0,125 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость <v> точки в интервале времени от t_1 = 2 с до t_2 = 6 с.

1.18. Камень падает с высоты h = 1200 м. Какой путь S пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

1.19. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью v_0 = 20 м/с. По истечении какого времени камень будет находиться на высоте h = 15 м? Найти скорость v камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.20. Вертикально вверх с начальной скоростью v_0 = 20 м/с брошен камень. Через τ = 1 с после этого брошен вертикально вверх другой камень с такой же скоростью. На какой высоте h встретятся камни?

1.21. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте h = 8,6 м два раза с интервалом времени Δt = 3 с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

1.22. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью v_0 = 5 м/с. Через t = 2 с мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.

1.23. Тело брошено с балкона вертикально вверх со скоростью v_0 = 10 м/с. Высота балкона над поверхностью земли h = 12,5 м. Написать уравнение движения и определить среднюю путевую скорость <v> с момента бросания до момента падения на землю.

1.24. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка h =2,7 м, начала подниматься с ускорением a =1,2 м/с^2. Через Δt =2 с после начала подъема с потолка кабины стал падать болт. Найти: а) время свободного падения болта; б) перемещение и путь болта за время свободного падения в системе отсчета, связанной с шахтой лифта.

1.25. Точка движения по кривой с постоянным тангенциальным ускорением a_τ = 0,5 м/с^2. Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны R = 3 м, если точка движется на этом участке со скоростью v = 2 м/с.

1.26. Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Начальная скорость v_0 точки равна 3 м/с, тангенциальное ускорение a_τ = 1 м/с^2. Для момента времени t = 2 с определить: 1) длину пути s, пройденного точкой; 2) модуль перемещения $|\Delta r|$; 3) среднюю путевую скорость <v>; 4) модуль вектора средней скорости |<v>|.

1.27. По дуге окружности радиусом R = 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки a_n = 4,9 м/с^2. В этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол φ = 60^0. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

1.28. За время t = 10 с точка прошла половину окружности радиуса R = 160 см. Найти за это время: а) среднее значение модуля скорости; б) модуль среднего вектора скорости; в) модуль среднего вектора полного ускорения, если тангенциальное ускорение постоянно.

1.29. Точка движется по окружности со скоростью v = α *t,* где α = 0,5 м/с^2. Найти ее полное ускорение в момент, когда она пройдет n = 0,10 длины окружности после начала движения.

1.30. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент t = 0 скорость точки равна v_0. Найти зависимость: а) скорости точки от времени и пройденного пути S; б) полного ускорения точки от v и S.

1.31. Точка движется по дуге окружности радиуса R. Ее скорость $v \sim \sqrt{S}$, где S — пройденный путь. Найти угол между векторами скорости и полного ускорения как функцию S.

1.32. Снаряд вылетел со скоростью v = 320 м/с, сделав внутри ствола n = 2,0 оборота. Длина ствола l = 2 м. Считая движение снаряда в стволе равноускоренным, найти его угловую скорость вращения вокруг оси в момент вылета.

1.33. Точка А находится на ободе колеса радиуса R =0,50 м, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью v = 1 м/с. Найти: а) модуль и направление ускорения точки А; б) полный путь *S*, проходимый точкой А между двумя последовательными моментами ее касания поверхности.

1.34. Цилиндр катится без скольжения по горизонтальной плоскости. Радиус цилиндра равен *r*. Найти радиус кривизны траектории верхней точки цилиндра.

1.35. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1t^3$ и $y = A_2t$, где $A_1 = 1$ м/с^3, $A_2 = 2$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость v и полной ускорение a в момент времени $t = 0{,}8$ с.

1.36. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $t = 2$ с камень упал на землю на расстоянии $S = 40$ м от основания вышки. Определить начальную v_0 и конечную v скорости камня.

1.37. Самолет, летевший на высоте $h = 2940$ м со скоростью v = 360 км/ч, сбросил бомбу. За какое время *t* до прохождения над целью и на каком расстоянии *S* от нее должен самолет сбросить бомбу, чтобы попасть в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.38. Тело брошено под некоторым углом α к горизонту. Найти этот угол, если горизонтальная дальность *S* полета тела в четыре раза больше максимальной высоты *H* траектории.

1.39. Пуля пущена с начальной скоростью $v_0 = 200$ м/с под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту. Определить максимальную высоту *H* подъема, дальность полета *S* и радиус *R* кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.40. Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое - под углом α = 60° к горизонту. Начальная скорость каждого тела $v_o = 25$ м/с. Найти расстояние между телами через $t = 1{,}7$ с.

1.41. Два шарика бросили одновременно из одной точки в горизонтальном направлении в противоположные стороны со скоростями v_1 = 3 м/с и v_2 = 4 м/с. Найти расстояние между шариками в момент, когда их скорости окажутся взаимно перпендикулярными.

1.42. Под каким углом к горизонту надо бросить шарик, чтобы: а) радиус кривизны начала его траектории был в n = 8 раз больше, чем в вершине; б) центр кривизны вершины траектории находился на земной поверхности?

1.43. Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h, он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?

1.44. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии S= 5,1 км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью v_0=240 м/с достигнет цели?

1.45. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью v_0 = 25Ом/с: первый - под углом $\alpha_1 = 60°$ к горизонту, второй - под углом $\alpha_2 = 45°$ (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.46.Определить линейную скорость v и центростремительное ускорение $a_ц$ точек, лежащих на земной поверхности: 1) на экваторе; 2) на широте Москвы ($\varphi = 56^0$).

1.47. Линейная скорость v_1 точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на ΔR = 10 см ближе к оси, имеют линейную скорость v_2 = 2 м/с. Определить частоту вращения n диска.

1.48. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали грузик и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время t = 3 с опустился на h = 1,5 м. Определить угловое ускорение ε цилиндра, если его радиус равен 4 см.

1.49. Диск радиусом r = 10 см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением ε = 0,5 рад/с^2. Найти тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a

ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

1.50. Диск радиусом $r = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад, B = -1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

1.51. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав $N = 50$ полных оборотов, оно изменило частоту вращения от $n_1 = 4$ с$^{-1}$ до $n_2 = 6$ с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε колеса.

§2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Основные формулы

Импульс материальной точки массой m, движущейся поступательно со скоростью $\overline{V}$, равен

$$\overline{p} = m\overline{V}.$$

Второй закон Ньютона имеет вид

$$\frac{d\overline{p}}{dt} = \overline{F}, \quad \text{или} \quad m\overline{a} = \overline{F},$$

где $\overline{F}$ – равнодействующая сил, действующих на точку.

Сила упругости равна

$$F_{упр} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости; x – абсолютная деформация.

Модуль *силы гравитационного взаимодействия* определяется формулой

$$F_{гр} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

Сила тяжести равна

$$\overline{F}_{тяж} = m\overline{g},$$

где $\bar{g}$ – ускорение свободного падения.

Сила трения (скольжения) равна

$$F = \mu \cdot N,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса выражается формулой

$$\sum_{i=1}^{N} \bar{p}_i = const,$$

или для двух тел (i = 2):

$$m_1\bar{V}_1 + m_2\bar{V}_2 = m_1\bar{U}_1 + m_2\bar{U}_2,$$

где $\bar{V}_1$ и $\bar{V}_2$ – скорости тел в начальный момент времени; $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_2$ – скорости тел в конечный момент времени.

Механическая работа, совершаемая постоянной силой $\bar{F}$, равна

$$A = \bar{F}\Delta\bar{r} = F\Delta r\cos\alpha,$$

где $\Delta\bar{r}$ – вектор перемещения; α – угол между векторами силы и перемещения.

Работа переменной силы определяется формулой

$$A = \int_L \bar{F}d\bar{r}.$$

Мгновенная мощность равна

$$N = \frac{dA}{dt},$$

где dA – работа, совершаемая за промежуток времени dt.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно, равна

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2}, \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины равна

$$\Pi = \frac{1}{2}kx^2,$$

где k – жесткость пружины; x – абсолютная деформация.

Потенциальная энергия тела связана с силой, действующей на тело в данной точке поля, соотношением

$$\bar{F} = -grad\Pi.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия равна

$$\Pi = -G\frac{m_1m_2}{r},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки).

Потенциал гравитационного поля равен

$$\varphi = \frac{П}{m},$$

где $П$ – потенциальная энергия материальной точки массой m, помещенной в данную точку поля.

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести, равна

$$П = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии имеет вид

$$E = T + П = const,$$

где E – полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы.

Работа A, совершаемая внешними силами, определяется как мера изменения полной механической энергии системы:

$$A = \Delta E = E_2 - E_1.$$

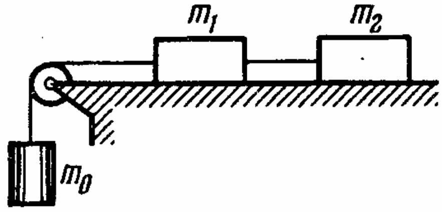
Задачи

2.1. На столе стоит тележка массой m_1 = 4 кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением a будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязать гирю массой m_2 = 1 кг?

2.2. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами m_1 = 1,5 кг и m_2 = 3 кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

2.3. Два бруска массами m_1 = 1 кг и m_2 = 4 кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу F = 10 Н, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу 10 Н приложить: а) к первому бруску; б) ко второму бруску. Трением пренебречь.

2.4. В установке (рис. 2.1) массы тел равны m_0, m и m_2, массы блока и нитей пренебрежимо малы и трения в блоке нет. Найти ускорение a, с которым опускается тело m_0, и силу натяжения нити, связывающей тела m_1 и m_2, если коэффициент трения равен μ.



2.1

2.5. На гладком столе лежит брусок массой m = 4 кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг. Найти ускорение a, с которым движется брусок и силу натяжения T каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

2.6. Наклонная плоскость, образующая угол α = 25^0 с плоскостью горизонта, имеет длину l = 2 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время t = 2 с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

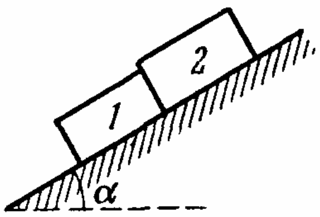
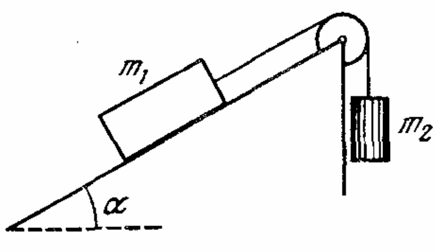


Рис. 2.2

2.7. На наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом, поместили два бруска 1 и 2 (рис. 2.2). Массы брусков m_1 и m_2, коэффициент трения между плоскостью и этими брусками μ_1 и μ_2, причем $\mu_1<\mu_2$. Найти: а) силу взаимодействия между брусками при движении; б) угол α, при котором скольжения не будет.

2.7. Небольшое тело пустили вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α = 15° с горизонтом. Найти коэффициент трения, если время подъема тела оказалось в 2 раза меньше времени спуска.

2.8. Шайбу поместили на наклонную плоскость, составляющую угол α = 10° с горизонтом. Если шайбе сообщить некоторую начальную скорость вверх по плоскости, то она до остановки проходит путь S_1; если же сообщить ту же начальную скорость вниз, то путь до остановки равен S_2. Найти коэффици ент трения, зная, что S_2/S_1 = 4.



2.9. В установке (рис. 2.3) известны угол α и коэффициент трения μ между телом m_1 и наклонной плоскостью. Массы
3 блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Вначале оба тела неподвижны. Найти отношение масс m_2/m_1, при котором тело m_2 начнет: а) опускаться; б) подниматься.

2.10. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость v_0. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен μ. При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно?

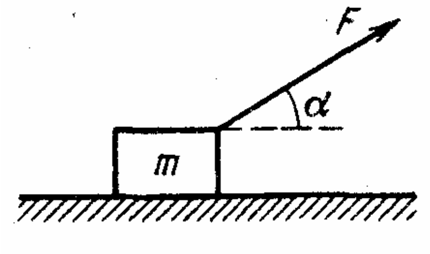


Рис. 2.4

2.11. Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ (рис. 2.4). Найти угол α, при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?

2.12. Нить перекинута через легкий вращающийся без трения блок. На одном конце нити прикреплен груз массы M, а по другой свисающей части нити скользит муфточка массы m с постоянным ускорением a_0 относительно нити. Найти силу трения, с которой нить действует на муфточку.

2.13. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы масс m_1 и m_2. Кабина начинает подниматься с ускорением a_0. Пренебрегая массой блока, найти: а) ускорение груза m_1 относительно кабины; б) силу, с которой блок действует на потолок кабины.

2.14. В системе, показанной на рис. 2.5, массы тел равны m_0, m_1 и m_2, трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела m_1.

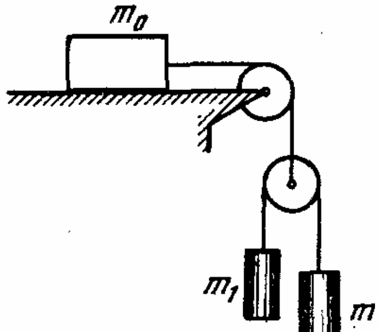


Рис. 2.5

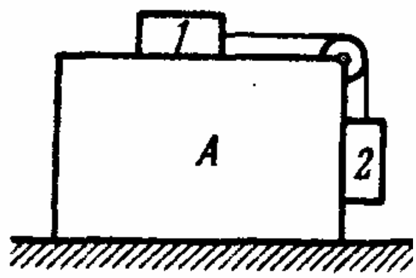


Рис. 2.6

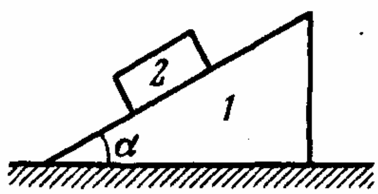


Рис. 2.7

2.15. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок А (рис. 2.6), чтобы тела 1 и 2 не двигались относительно него? Массы тел одинаковы, коэффициент трения между бруском и обоими телами равен μ. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет.

2.16. Призме 1, на которой находится брусок 2, сообщили влево горизонтальное ускорение a (рис. 2.7). При каком максимальном значении этого ускорения брусок будет оставаться еще неподвижным относительно призмы, если коэффициент трения между ними $\mu < \mathrm{ctg}\alpha$?

2.17. На горизонтальной поверхности находится призма 1 массы m_1 с углом α (см. рис. 2.7) и на ней брусок 2 массы m_2. Пренебрегая трением, найти ускорение призмы.

2.18. Автомашина движется с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0{,}62$ м/с^2 по горизонтальной поверхности, описывая дугу радиуса R = 40м. Коэффициент трения между колесами машины и поверхностью $\mu = 0{,}2$. Какой путь пройдет машина без скольжения, если в начальный момент ее скорость равна нулю?

2.19. Материальная точка массой m = 2кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с^2, $D = -0{,}2$ м/с^3. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

2.20. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью v_0 = 20 м/с, остановилась через t = 40 с. Найти коэффициент трения μ шайбы о лед.

2.21. Шарик массой m = 100 г упал с высоты h = 2,5 м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс р, полученный плитой.

2.22. Тело массы m бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти приращение импульса Δp тела за первые t секунд движения и модуль приращения импульса тела за все время движения.

2.23. Шарик массой m = 300 г ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс p_1, полученный стеной, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость v_0 = 10 м/с, направленную под углом α = 30^0 к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

2.24. На горизонтальной поверхности находится брусок массой m_1 = 2 кг. Коэффициент трения μ_1 бруска о поверхность равен 0,2. На бруске находится другой брусок массой m_2 = 8 кг. Коэффициент трения μ_2 верхнего бруска о нижний равен 0,3. К верхнему бруску приложена сила F. Определить: 1) значение силы F_1, при котором начнется совместное скольжение брусков по поверхности; 2) значение силы F_2, при котором верхний брусок начнет проскальзывать относительно нижнего.

2.25. Автоцистерна с керосином движется с ускорением a = 0,7 м/с^2. Под каким углом α к плоскости горизонта расположен уровень керосина в цистерне?

2.26. Струя воды ударяется о неподвижную плоскость, поставленную под углом α = 60^0 к направлению движения струи. Скорость v струи равна 20 м/с, площадь S ее поперечного сечения равна 5 см^2. Определить силу F давления струи на плоскость.

2.27. С вертолета, неподвижно висящего на некоторой высоте высоты над поверхностью Земли, сброшен груз массой m = 100 кг. Считая, что сила сопротивления воздуха изменяется пропорционально скорости, определить, через какой промежуток времени Δt ускорение a груза будет равно половине ускорения свободного падения. Коэффициент сопротивления k = 10 кг/с.

2.28. Аэростат массы m = 250 кг начал опускаться с ускорением a =0,2 м/с^2. Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх.

2.29. Моторная лодка массой m = 400 кг начинает двигаться по озеру. Сила тяги F мотора равна 0,2 кН. Считать силу сопротивления F_c пропорциональной скорости, определить скорость v лодки через Δt = 20 с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления k = 20 кг/с.

2.30. Шар массой m_1 = 10 кг, движущийся со скоростью v_1 = 4 м/с, сталкивается с шаром массой m_2 = 4 кг, скорость v_2

которого равна 12 м/с. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

2.31. В лодке массой m_1 = 240 кг стоит человек массой m_2 = 60 кг. Лодка плывет со скоростью v_1 = 2 м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью v = 4 м/с (относительно лодки). Найти скорость u движения лодки после прыжка человека в двух случаях: 1) человек прыгает вперед по движению лодки; 2) человек прыгает в сторону, противоположную движению лодки.

2.32. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека M = 60 кг, масса доски m = 20 кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) v = 1 м/с? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

2.33. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием M = 15 т. Орудие стреляет вверх под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью v_1 покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда m = 20 кг и он вылетает со скоростью v_2 = 600м/с?

2.34. Снаряд массой m = 10 кг обладает скоростью v = 200 м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой m_1 = 3 кг получила скорость u_1 = 400 м/с в прежнем направлении. Найти скорость u_2 второй, большей части после разрыва.

2.35. Два конькобежца массами m_1 = 80 кг и m_2 = 50 кг, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью v = 1 м/с. С какими скоростями u_1 и u_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

2.36. В момент, когда скорость падающего тела составила v_0 = 4 м/с, оно разорвалось на три одинаковых осколка. Два осколка разлетелись в горизонтальной плоскости под прямым углом друг к другу со скоростью v = 5 м/с каждый. Найти скорость третьего осколка сразу после разрыва.

2.37. Снаряд, выпущенный со скоростью v_0 = 100 м/с под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, разорвался в верхней точке O траектории на два одинаковых осколка. Один осколок упал на землю под точкой O со скоростью v = 97 м/с. С какой скоростью упал на землю второй осколок?

2.38. Шайба 1, скользившая по шероховатой горизонтальной поверхности, испытала соударение с покоившейся шайбой 2. После столкновения шайба 1 отскочила под прямым углом к направлению своего первоначального движения и прошла до остановки путь S_1 = 1,5 м, а шайба 2 — путь S_2 = 4 м. Найти скорость шайбы 1 перед столкновением, если ее масса в 1,5 раза меньше массы шайбы 2 и коэффициент трения μ = 0,17.

2.39. Две одинаковые тележки 1 и 2, на каждой из которых находится по одному человеку, движутся без трения по инерции навстречу друг другу по параллельным рельсам. Когда тележки поравнялись, с каждой из них на другую перепрыгнул человек - перпендикулярно движению тележек. В результате тележка 1 остановилась, а скорость тележки 2 стала v. Найти первоначальные скорости тележек v_1 и v_2, если масса каждой тележки (без человека) M, а масса каждого человека m.

2.40. Две одинаковые тележки движутся друг за другом по инерции (без трения) с одной и той же скоростью v_0. На задней тележке находится человек массы m. В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью v относительно своей тележки. Имея в виду, что масса каждой тележки равна M, найти скорости, с которыми будут двигаться обе тележки после этого.

2.41. На краю покоящейся тележки массы M стоят два человека, масса каждого из которых равна m. Пренебрегая трением, найти скорость тележки после того, как оба человека спрыгнут с одной и той же горизонтальной скоростью и относительно тележки: а) одновременно; б) друг за другом. В каком случае скорость тележки будет больше?

2.42. Диск радиусом R = 40 см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения μ= 0,4, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

2.43. Акробат на мотоцикле описывает “мертвую петлю” радиусом R = 4 м. С какой наименьшей скоростью v_{min} должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

2.44. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом R = 200 м. Во сколько раз сила F, с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести Р летчика, если скорость самолета v = 100 м/с?

2.45. Самолет делает "мертвую петлю" радиуса R = 500 м с постоянной скоростью v =360 км/ч. Найти вес летчика массы m = 70 кг в нижней, верхней и средней точках петли.

2.46. Грузик, привязанный к шнуру длиной l = 50 см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол α образует шнур с вертикалью, если частота вращения n = 1 $с^{-1}$?

2.47. Мотоцикл едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом R = 11,2 м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии l = 0,8 м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения μ покрышек о поверхность цилиндра равен 0,6. С какой минимальной скоростью v_{min} должен ехать мотоциклист? Каков будет при этом угол α наклона его к плоскости горизонта?

2.48. Автомобиль массой m = 5 т движется со скоростью v = 10 м/с по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус R кривизны моста равен 50 м.

2.49. Автомобиль идет по закруглению шоссе, радиус R кривизны которого равен 200 м. Коэффициент трения μ колес о покрытие дороги равен 0,1. При какой скорости v автомобиля начнется его занос?

2.50. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь S = 5 м и приобрела скорость v = 2 м/с. Определить работу A силы, если масса m вагонетки равна 400 кг и коэффициент трения μ = 0,01.

2.51. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой m = 100 кг на высоту h = 4 м за время t = 2 с.

2.52. Найти работу A подъёма груза по наклонной плоскости длиной l = 2 м, если масса m груза равна 100 кг, угол наклона $\alpha = 30^o$, коэффициент трения μ = 0,1 и груз движется с ускорением a =1 м/с^2.

2.53. Вычислить работу A, совершаемую на пути S = 12 м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила F_1 = 10 Н, в конце пути F_2 = 46 Н.

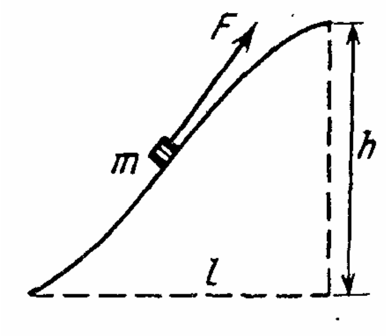


Рис. 2.8

2.54. Небольшое тело массы m медленно втащили на горку, действуя силой F, которая в каждой точке направлена по касательной к траектории (рис. 2.8). Найти работу этой силы, если высота горки h, длина ее основания l и коэффициент трения μ.

2.55. Брусок массы m = 2 кг медленно подняли по шероховатой наклонной плоскости на высоту h = 51 см при помощи нити, параллельной этой плоскости. При этом совершили работу A = 16 Дж. На высоте h нить отпустили. Найти скорость бруска, достигшего первоначального положения.

2.56. Шайба массы m = 50 г соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом, и, пройдя по горизонтальной плоскости расстояние l = 50 см, останавливается. Найти работу сил трения на всем пути, считая всюду коэффициент трения μ = 0,15.

2.57. Прямая цепочка массы m = 50 г и длины l = 52 см лежит на гладкой горизонтальной полуплоскости у ее границы с другой горизонтальной полуплоскостью, где коэффициент трения μ = 0,22. Цепочка расположена перпендикулярно границе раздела полуплоскостей. Какую работу необходимо совершить, чтобы, действуя горизонтальной силой на конец цепочки, находящийся у границы раздела, медленно перетащить всю цепочку через эту границу?

2.58. Цепочка массы m =0,8 кг и длины l = 1,5 м лежит на шероховатом столе так, что один ее конец свешивается у его края. Цепочка начинает сама соскальзывать, когда ее свешивающаяся часть составляет 1/3 длины цепочки. Какую работу совершат силы трения, действующие на цепочку, при ее полном соскальзывании со стола?

2.59. Тело массой m = 1 кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью v_0 = 20 м/с, через t = 3 с упало на землю. Определить кинетическую энергию T, которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.60. Камень брошен вверх под углом $\alpha = 60^o$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия T_0 камня в начальный момент времени равна 20 Дж. определить кинетическую T и потенциальную $П$ энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.61. С какой наименьшей высоты h должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму “мертвой петли” радиусом R = 4 м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Трением пренебречь.

2.62. Камешек скользит с наивысшей точки купола, имеющего форму полусферы. Какую дугу α опишет камешек, прежде чем оторвётся от купола? Трением пренебречь.

2.63. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге. Какую наименьшую скорость v он должен развить, чтобы, выключив мотор, проехать по треку, имеющему форму “мёртвой петли” радиусом R = 4 м? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

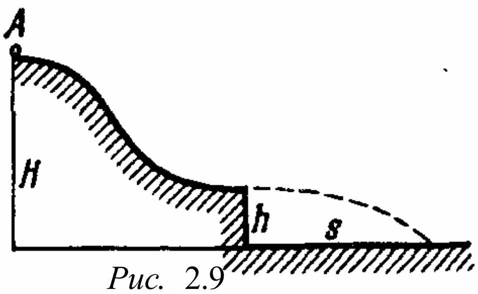


Рис. 2.9

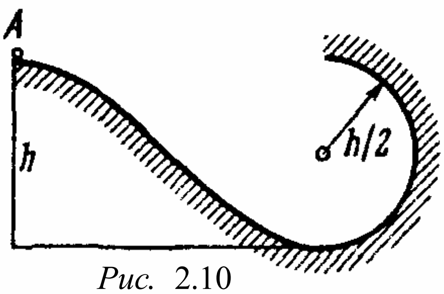


Рис. 2.10

2.64. Небольшая шайба A соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой горки высотой H, имеющей горизонтальный трамплин (рис. 2.9). При какой высоте h трамплина шайба пролетит наибольшее расстояние S ? Чему оно равно?

2.65. Небольшое тело A начинает скользить с высоты h по наклонному желобу, переходящему в полуокружность радиуса $h/2$ (рис. 2.10). Пренебрегая трением, найти скорость тела в наивысшей точке его траектории (после отрыва от желоба).

2.66. Небольшой шарик на нити движется по окружности в вертикальной плоскости. Найти массу шарика, если максимальное натяжение нити на ΔF = 6 Н больше минимального.

2.67. При выстреле из орудия снаряд массой m_1 = 10 кг получает кинетическую энергию T_1 = 1,8 МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса m_2 ствола орудия равна 600 кг.

2.68. Ядро атома распадается на два осколка массами $m_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2{,}4 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетическую энергию T_2 второго осколка, если энергия T_1 первого осколка равна 18 нДж.

2.69. Конькобежец, стоя на льду, бросил вперёд гирю массой m_1 = 5 кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью v_2 = 1 м/с. Масса конькобежца m_2 = 60 кг. Определить работу A, совершенную конькобежцем при бросании гири.

2.70. Небольшой шарик массы m, подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти: а) модуль полного ускорения шарика и силу натяжения нити как функции угла ее отклонения от вертикали; б) силу натяжения нити в момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна; в) угол отклонения нити в момент, когда полное ускорение шарика горизонтально.

2.71. Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорения в крайнем и нижнем положениях равны по модулю друг другу. Найти угол отклонения нити в крайнем положении.

2.72. Ствол пушки направлен под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в 50 раз меньше массы пушки, v_0=180 м/с. Найти скорость пушки сразу после выстрела, если колеса ее освободить.

2.73. Какую мощность развивают двигатели ракеты массы M, которая неподвижно висит над поверхностью Земли, если скорость истечения газов равна v?

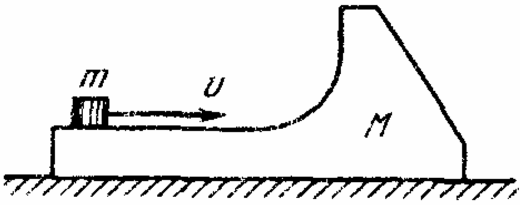


Рис. 2.11

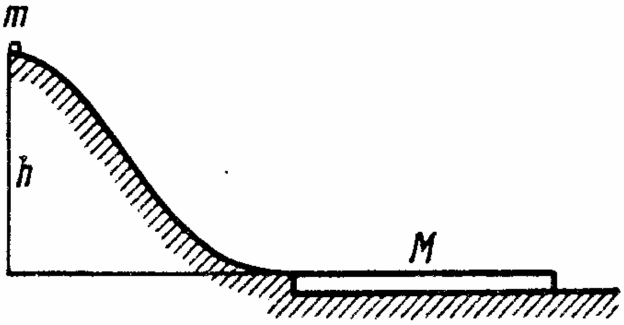


Рис. 2.12

2.74. На гладкой горизонтальной плоскости находится тело массы M (рис. 2.11) и на нем небольшая шайба массы m. Шайбе сообщили в горизонтальном направлении скорость v. На какую высоту (по сравнению с первоначальным уровнем) она поднимется после отрыва от тела M? Трения нет.

2.75. Небольшая шайба массы m без начальной скорости соскальзывает с гладкой горки высоты h и попадает на доску массы M, лежащую у основания горки на гладкой горизонтальной плоскости (рис. 2.12). Вследствие трения между шайбой и доской шайба тормозится и, начиная с некоторого момента, движется вместе с доской как единое целое. Найти суммарную работу сил трения в этом процессе.

2.76. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска AB длины l = 100 см, на конце A которой находится небольшая шайба. Масса доски в 10 раз больше массы шайбы, коэффициент трения между ними μ = 0,15. Какую начальную скорость надо сообщить шайбе в направлении от A к B, чтобы она смогла соскользнуть с доски?

2.77. В баллистический маятник массой M = 5 кг попала пуля массой m = 10 г и застряла в нём. Найти скорость v пули, если маятник, отклонившись после удара, поднялся на высоту h = 10 см.

2.78. Два груза массами m_1 = 10 кг и m_2 = 15 кг подвешены на нитях длиной l = 2 м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонён на угол $\alpha = 60^\circ$ и выпущен. Определить высоту h, на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

2.79. Два неупругих шара массами m_1 = 2 кг и m_2 = 3 кг движутся со скоростями соответственно v_1 = 8 м/с м v_2 = 4 м/с. Определить увеличение ΔU внутренней энергии шаров при их столкновении в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу.

2.80. Шар массой m_1, летящий со скоростью v_1 = 5 м/с, ударяет неподвижный шар массой m_2. Удар прямой, неупругий. Определить скорости шаров после удара, а также долю кинетической энергии летящего шара, израсходованной на увеличение внутренней энергии этих шаров. Рассмотреть два случая: 1) m_1 = 2 кг, m_2 = 8 кг; 2) m_1 = 8 кг, m_2 = 2 кг.

2.81. Молот массой m_1 = 5 кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса m_2 наковальни равна 100 кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить КПД η удара молота при данных условиях.

2.82. Молотком, массой m_1 = 200 г, забивают в стену гвоздь массой m_2 = 75 г. Определить КПД η удара молотка при данных условиях.

2.83. Шар массой m_1 = 200 г, движущийся со скоростью v_1 = 10 м/с, ударяет неподвижный шар массой m_2 = 800 г. Удар прямой, абсолютно упругий. Каковы будут скорости u_1 и u_2 шаров после удара?

2.84. Частица массы m_1 испытала упругое столкновение с покоившейся частицей массы m_2. Какую относительную часть кинетической энергии потеряла налетающая частица, если: а) она отскочила под прямым углом к своему первоначальному направлению движения; б) столкновение лобовое?

2.85. В результате упругого лобового столкновения частицы 1 массы m_1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Найти массу частицы 2

2.86. После упругого столкновения частицы 1 с покоившейся частицей 2 обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы 1, и угол между их направлениями разлета α = 60°. Найти отношение масс этих частиц.

2.87. Частица 1, имевшая скорость v = 10 м/с, испытала лобовое столкновение с покоившейся частицей 2 той же массы. В результате столкновения кинетическая энергия системы уменьшилась на 1 %. Найти модуль и направление скорости частицы 1 после столкновения.

2.88. Радиус Земли в n = 3,66 раза больше радиуса Луны; средняя плотность Земли в k = 1,66 раза больше средней плотности Луны. Определить ускорение свободного падения $g_л$ на поверхности Луны, если на поверхности Земли ускорение свободного падения g считать неизвестным.

2.89. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по окружности на высоте h = 3,6 Мм. Определить линейную скорость v спутника. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g на поверхности Земли считать известными.

2.90. Период T вращения искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте h над поверхностью Земли движется спутник.

2.91. Стационарный искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь все время над одним и тем же пунктом земной поверхности, Определить угловую скорость ω спутника и радиус R его орбиты.

2.92. Определить работу A, которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой m = 1кг упадёт на поверхность Земли: 1) с высоты h, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g на её поверхности считать известными.

2.93. На какую высоту h над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость v ракеты ровна первой космической скорости?

2.94. Какова будет скорость v ракеты на высоте, равной радиусу Земли, если ракета пущена с Земли с начальной скоростью v_0 = 10км/с? Сопротивление воздуха не учитывать. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g на её поверхности считать известными.

2.95. Период обращения Юпитера вокруг Солнца в 12 раз больше соответствующего периода для Земли. Считая орбиты планет круговыми, найти, во сколько раз расстояние от

Юпитера до Солнца превышает расстояние от Земли до Солнца.

2.96 Двойная звезда — это система из двух звезд, движущихся вокруг ее центра масс. Известны расстояние l между компонентами двойной звезды и период T ее вращения. Считая, что l не меняется, найти массу системы.

2.97 Частица массы m находится вне однородного шара массы M на расстоянии r от его центра. Найти: а) потенциальную энергию гравитационного взаимодействия частицы и шара; б) силу, с которой шар действует на частицу.

2.98 Найти период обращения спутника, движущегося вокруг некоторой планеты вблизи ее поверхности, если средняя плотность планеты $\rho = 3{,}3$ г/см^3.

2.99. Гиря, положенная на верхний конец спиральной пружины, поставленной на подставке, сжимает ее на $x = 2$ мм. На сколько сожмет пружину та же гиря, упавшая на конец пружины с высотой $h = 5$ см?

2.100. Пуля массой $m_1 = 10$ г вылетает со скоростью $\mathrm{v} = 300$ м/с из дула автоматического пистолета, масса m_2 затвора которого равна 200 г. Затвор пистолета прижимается к стволу пружиной жесткостью $k = 25$ кН/м. На какое расстояние l отойдет затвор после выстрела? Считать пистолет жестко закрепленным.

2.101. В пружинном ружье пружина сжата на $\mathrm{x}_1 = 20$ см. При взводе ее сжали еще на $\mathrm{x}_2 = 30$ см. С какой скоростью v вылетит из ружья стрела массой $m = 50$ г, если жесткость k пружины равна 120 Н/м?

2.102. Вагон массой m = 12 т двигался со скоростью v = 1 м/с. Налетев на пружинный буфер, он остановился, сжав пружину буфера на $x = 10$ см. Найти жесткость k пружины.

2.103. Два бруска масс m_1, и m_2, соединенные недеформированной пружинкой, лежат на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен μ. Какую минимальную постоянную силу нужно приложить в горизонтальном направлении к бруску массы m_2, чтобы другой брусок сдвинулся с места?

2.104. Система состоит из двух последовательно соединенных пружинок с жесткостями k_1 и k_2. Найти работу, которую необходимо совершить, чтобы растянуть эту систему на x.

2.105. Небольшой шарик массы m = 50 г прикреплен к концу упругой нити, жесткость которой k = 63 Н/м. Нить с шариком отвели в горизонтальное положение, не деформируя нити, и осторожно отпустили. Когда нить проходила вертикальное положение, ее длина оказалась l = 1,5 м и скорость шарика v = 3 м/с. Найти силу натяжения нити в этом положении.

2.106. Гладкий легкий горизонтальный стержень АВ может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец А. На стержне находится небольшая муфточка массы m, соединенная пружинкой длины l_0 с концом А. Жесткость пружинки равна x. Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости ω?

2.107. На пружинке жесткости k висит вертикальный стержень, состоящий из двух неравных частей. Нижняя часть массы m оторвалась. На какую высоту поднимется оставшаяся часть стержня?

2.108. На подставке лежит гиря массы m = 1 кг, подвешенная на недеформированной пружине жесткости k =80 Н/м. Подставку начали опускать с ускорением а = 5 м/с^2. Пренебрегая массой пружины, найти максимальное растяжение пружины в этом процессе.

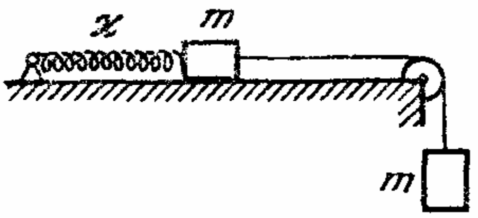


Рис. 2.13

2.109. В системе (рис. 2.13) масса каждого бруска m = 0,5 кг, жесткость пружины k = 40 Н/м, коэффициент трения между бруском и плоскостью μ = 0,2. Массы блока и пружины пренебрежимо малы. Система пришла в движение с нулевой начальной скоростью при недеформированной пружине. Найти максимальную скорость брусков.

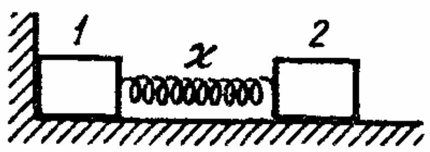


Рис. 2.14

2.110. На гладкой горизонтальной плоскости находятся два бруска масс m_1 и m_2, соединенные пружинкой жесткости k (рис. 2.14).

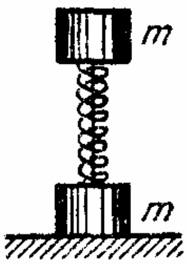


Рис. 2.15

Брусок 2 переместили влево на небольшое расстояние x и отпустили. Найти скорость центра масс системы после отрыва бруска 1 от стенки.

2.111. Система состоит из двух одинаковых цилиндриков, каждый массы m, между которыми находится сжатая пружина (рис. 2.15). Цилиндрики связаны нитью, которую в некоторый момент пережигают. При каких значениях x — начальном сжатии пружинки — нижний цилиндрик подскочит после пережигания нити?

§ 3. Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси

Основные формулы

Момент силы $\overline{F}$ относительно неподвижной точки O определяется формулой

$$\overline{M} = \left[\overline{r}, \overline{F}\right],$$

где $\overline{F}$ – вектор силы; $\overline{r}$ – радиус-вектор, проведённый из точки O в точку приложения силы.

Момент инерции J относительно оси вращения:

а) материальной точки

$$J = m \cdot r^2,$$

где m – масса материальной точки; r – расстояние от данной точки до оси вращения;

б) сплошного твердого тела

$$J = \int r^2 dm .$$

Моменты инерции некоторых тел массы m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длины l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец

$$J = \frac{1}{12} ml^2;$$

б) обруча (или тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча и совпадающей с осью

$$J = mR^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр

$$J = \frac{1}{2}mR^2;$$

г) однородного шара массой m и радиусом R

$$J = \frac{2}{5}mR^2.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид

$$\overline{M} = J\overline{\varepsilon},$$

где $\overline{M}$ – результирующий момент внешних сил, действующих на тело; $\overline{\varepsilon}$ – угловое ускорение; J – момент инерции тела.

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки O определяется формулой

$$\overline{L} = [\overline{r}, \overline{p}],$$

где $\overline{p}$ – вектор импульса материальной точки; $\overline{r}$ – радиус-вектор, проведённый из точки O.

Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси z, равен

$$L_z = J_z\omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси, имеет вид

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

где J_1 и ω_1 – момент инерции системы тел и угловая скорость вращения в начальный момент времени, а J_2 и ω_2 – момент инерции и угловая скорость в конечный момент времени.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело, равна

$$A = M \cdot \varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела, равна

$$P = M\omega.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, определяется формулой

$$T = \frac{J\omega^2}{2}, \text{ или } T = \frac{L^2}{2J}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения, равна

$$T = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где V – скорость центра инерции тела.

Задачи

3.1. Определить момент инерции J материальной точки массой m = 0,3 кг относительно оси, отстоящей от точки на r = 20 см.

3.2. Два маленьких шарика массой m = 20 г каждый скреплены тонким невесомым стержнем длиной l = 20 см. определить момент инерции J системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс.

3.3. Три маленьких шарика массой m = 10 г каждый расположены в вершинах равностороннего со стороной a = 20 см и скреплены между собой. Определить момент инерции J системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; 2) лежащий в плоскости треугольника и проходящий через центр описанной окружности и одну из вершин треугольника. Массой стержней, соединяющих шары, пренебречь.

3.4. Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной l = 30 см и массой m = 100 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 3) точку, отстоящую от конца стержня на 1/3 его длины.

3.5. Найти момент инерции J тонкого однородного кольца радиусом   = 20 см и массой m = 100 г относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через центр.

3.6. Определить момент инерции J кольца массой m = 50 г и радиусом R = 10 см относительно оси, касательной к кольцу.

3.7. Диаметр диска d = 20 см, масса m = 800 г. Определить момент инерции J диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

3.8. В однородном диске массой m = 1 кг и радиусом r = 30 см вырезано круглое отверстие диаметром d = 20 см, центр которого находится на расстоянии l = 15 см от оси диска. Найти момент инерции J полученного тела относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр.

3.9. Определить момент инерции J тонкой плоской пластины со сторонами a = 10 см и b = 20 см относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно большей стороне. Масса равномерно распределена по её площади с поверхностной плотностью σ = 1,2 кг/м^2.

3.10. Тонкий однородный стержень длиной l = 50 см и массой m = 400 г вращается с угловым ускорением ε = 3 рад/с^2 около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M.

3.11. На горизонтальную ось насажены моховик и легкий шкив радиусом R = 5 см. на шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 0,4 кг. Определить момент инерции J маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

3.12. Вал массой m = 100 кг и радиусом R = 5 см вращался с частотой n = 8 с$^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F = 40 Н, под действием которой вал остановился через t = 10 с. Определить коэффициент трения f.

3.13. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты прикрепили к кронштейну и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение a оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

3.14. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массой m_1 = 100 г и m_2 = 110 г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса m блока равна 400 г? Трение при вращении блока ничтожно мало.

3.15. Два тела массами m_1 = 0,25 кг и m_2 = 0,15 кг связаны тонкой нитью, переброшенной через блок. Блок укреплён на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой m_1. С каким ускорением а движутся тела и каковы силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения μ о поверхность стола равен 0,2. Масса m блока равна 0,1 кг и её можно считать равномерно распределённой по ободу. Массой нити и трением в подшипниках оси блока можно пренебречь.

3.16. Через неподвижный блок массой 0,2 кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузики массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,5 кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

3.17. Шар массой m = 10 кг и радиусом R = 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 4 рад/с^2, C = -1 рад/с^3. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил M в момент времени t = 2 с.

3.18. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой m = 0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью v = 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии r = 0,8 м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции J человека и скамьи равен 6 кг·м^2?

3.19. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом R = 2 м, стоит человек массой m_1 = 80 кг. Масса m_2 платформы равна 240 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль её края со скоростью 2 м/с относительно платформы.

3.20. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой m_1 = 60 кг. На какой угол φ повернётся платформа, если человек пойдёт вдоль края платформы и, обойдя его, вернётся в исходную точку на платформе? Масса m_2 платформы равна 240 кг.

Момент инерции J человека рассчитывать как для материальной точки.

3.21. Платформа в виде диска радиусом R = 1 м вращается по инерции с частотой n_1 = 6 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса m которого равна 80 кг. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек перейдёт в её центр? Момент инерции J платформы равен 120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

3.22. В центре скамьи Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной l = 2,4 м и массой m = 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой n_1 = 1 с$^{-1}$. с какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернёт стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции J человека и скамьи равен 6 кг·м^2.

3.23. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой n = 10 с$^{-1}$. Радиус R колеса равен 20 см, его масса m = 3 кг. Определить частоту вращения n_2 скамьи, если человек повернёт стержень на угол 180°? Суммарный момент инерции J человека и скамьи равен 6 кг·м^2. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

3.24. Шарик массой m = 100 г, привязанный к концу нити длиной l_1 = 1 м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, с частотой вращения n_1 = 1 с$^{-1}$. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния l_2 = 0,5 м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершит внешняя сила, укорачивающая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

3.25. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением φ = A + Bt + Ct^2, где A = 2 рад; B = 16 рад/с; C = -2 рад/с^2. Момент инерции J маховика равен 50 кг·м^2. Найти законы, по которым меняются вращающий момент M и мощность N. Чему равна мощность в момент времени t = 3 с?

3.26. Маховик в виде диска массой m = 80 кг и радиусом R = 30 см находится в состоянии покоя. Какую работу A_1 нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту n = 10 $с^{-1}$? Какую работу A_2 пришлось бы совершить, если бы при той же массе диск имел меньшую толщину, но в двое больший радиус?

3.27. Кинетическая энергия T вращающегося маховика равна 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав N = 80 оборотов, остановился. Определить момент M силы торможения.

3.28. Пуля массой m = 10 г летит со скоростью V = 800 м/с, вращаясь около продольной оси с частотой n = 3000 $с^{-1}$.Принимая пулю за цилиндрик диаметром d = 8 мм, определить полную кинетическую энергию T пули.

3.29. Сплошной цилиндр массой m = 4 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость V оси цилиндра равна 1 м/с. Определить полную кинетическую энергию T цилиндра.

3.30. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара равна 14 кДж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движения шара.

3.31. Определить линейную скорость v центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой h = 1 м.

3.32. Тонкий прямой стержень длиной l = 1 м прикреплён к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол $\alpha = 60°$ от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость v нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.

3.33. Карандаш длиной l = 15 см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую ω и линейную v скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша; 2) верхний его конец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

3.34. Однородный шар массы m = 5 кг скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$

с горизонтом. Найти кинетическую энергию шара через t= 1,6 с после начала движения.

3.35. Однородный стержень длины l = 110 см расположен под углом α = 60^0 к гладкой горизонтальной поверхности, на которую он опирается своим нижним концом. Стержень без толчка отпустили. Найти скорость верхнего конца стержня непосредственно перед падением его на поверхность.

3.36. Катушка, момент инерции которой относительно ее оси равен J, скатывается без скольжения по наклонной плоскости. Пройдя от начала движения путь S, она приобрела угловую скорость ω. Найти силу трения покоя, считая ее одинаковой на всем пути.

3.37. Шарик А скатывается без скольжения с горки высоты H = 50 см, имеющей трамплин высоты h = 15 см (рис. 2.16). С какой скоростью шарик упадет на горизонтальную поверхность?

3.38. Однородный цилиндр массы m = 8 кг и радиуса R = 1,3

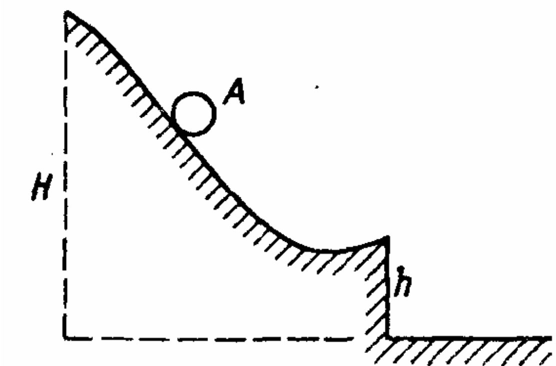


Рис. 2.16

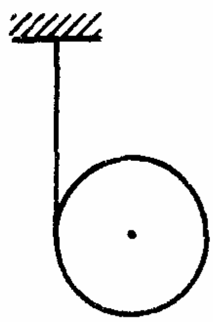


Рис. 2.17

см (рис. 2.17) в момент t = 0 начинает опускаться под действием силы тяжести. Найти: а) угловое ускорение цилиндра; б) зависимость от времени мгновенной мощности, которую развивает сила тяжести.

3.39. Однородный шар радиуса r скатывается без скольжения с вершины сферы радиуса R. Найти угловую скорость шара после отрыва от сферы. Начальная скорость шара пренебрежимо мала.

§ 4. Релятивистская механика

Основные формулы

В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета. Одна система координат K считается покоящейся, другая система K' движется относительно K с постоянной скоростью. Во всех задачах считается, что оси y, y' и z, z' сонаправлены, а относительная скорость системы координат K' относительно системы K направлена вдоль общей оси xx'.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0\sqrt{1-(V/c)^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе координат K', относительно которой стержень покоится (собственная длина). Стержень параллелен оси x'; l – длина стержня, измеренная в системе K, относительно которой он движется со скоростью V; c – скорость распространения электромагнитного излучения.

Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(V/c)^2}},$$

где Δt_0 – интервал времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы K', измеренный по часам этой системы (собственное время движущихся часов); Δt – интервал времени между двумя событиями, измеренный по часам системы K.

Релятивистское сложение скоростей

$$V = \frac{V' + V_0}{1 + V_0 V'/c^2},$$

где V' – относительная скорость (скорость тела относительно системы K'); V_0 – переносная скорость (скорость системы K' относительно K); V – абсолютная скорость (скорость тела относительно системы K). В теории относительности абсолютной скоростью называется скорость тела в системе координат, условно принятой за неподвижную.

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(V/c)^2}}, \text{ или } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя; β – скорость частицы, выраженная в долях скорости света ($\beta = V/c$).

Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0 V}{\sqrt{1-(V/c)^2}}, \text{ или } p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T,$$

где T – кинетическая энергия частицы; $m_0c^2=E_0$ – ее энергия покоя. Частица называется релятивистской, если скорость частицы сравнима со скоростью света, и классической, если $V<<c$.

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2 c^4 ,$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы

$$p^2c^2 = T(T + 2m_0c^2).$$

Задачи

4.1. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью Δl = 0,1 мкм. При какой относительной скорости u двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина l_0 которого равна 1 м?

4.2. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость v_0 спутника составляет 7,9 км/с. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя по своим часам за время τ_0 = 0,5 года?

4.3. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью v = 0,6 c. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

4.4. В системе K' покоится стержень, собственная длина l_0 которого равна 1 м. Стержень расположен так, что составляет угол

φ_0 = 45° с осью x'. Определить длину l стержня и угол φ в системе K, если скорость V_0 системы K' относительно K равна 0,8 c.

4.5. В лабораторной системе отсчета (K-система) π-мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние l = 75 м. Скорость v пи-мезона равна 0,995 c. Определить собственное время жизни τ_0 мезона.

4.6. Собственное время жизни τ_0 мю-мезона равно 2 мкс. От точки рождения до точки распада в лабораторной системе отсчета мю-мезон пролетел расстояние l = 6 км. С какой скоростью v (в долях скорости света) двигался мезон?

4.7. Показать, что формула сложения скоростей релятивистских частиц переходит в соответствующую формулу классической механики при $v \ll c$.

4.8. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6c$ и $v_2 = 0,9c$ вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.

4.9. В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость u в той же системе отсчета равна 0,5с. Определить скорости частиц.

4.10. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся навстречу друг другу параллельно общей горизонтальной оси. В системе отсчета, связанной с одним из стержней, промежуток времени между моментами совпадения левых и правых концов стержней оказался равным Δt. Какова скорость одного стержня относительно другого?

4.11. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью v относительно лабораторной системы отсчета. Чему равна длина каждого стержня в системе отсчета, связанной с другим стержнем?

4.12. Частица движется со скоростью v = 0,5с. Во сколько раз релятивистская масса частицы больше массы покоя?

4.13. С какой скоростью v движется частица, если ее релятивистская масса в три раза больше массы покоя?

4.14. На сколько процентов релятивистская масса частицы больше массы покоя при скорости v = 30 Мм/с?

4.15. Плотность покоящегося тела равна ρ_0. Найти скорость системы отсчета относительно данного тела, в которой его плотность будет на 25% больше ρ_0.

4.16. Электрон движется со скоростью v = 0,6*c*. Определить релятивистский импульс *p* электрона.

4.17. Импульс *p* релятивистской частицы равен m_0c (m_0 – масса покоя). Определить скорость v частицы (в долях скорости света).

4.18. Найти скорость, при которой релятивистский импульс частицы в 1,4 раза превышает ее ньютоновский импульс.

4.19. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц покоится, другая движется со скоростью v = 0,8*c* по направлению к покоящейся частице. Определить: 1) релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета; 2) скорость частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы; 3) релятивистскую массу частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции.

4.20. В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица с массой покоя m_0 движется со скоростью v = 0,6*c*, другая с массой покоя $2m_0$ покоится. Определить скорость v_c центра масс системы частиц.

4.21. Полная энергия тела возросла на ΔE = 1 Дж. На сколько при этом изменится масса тела?

4.22. Определить, на сколько должна увеличиться полная энергия тела, чтобы его релятивистская масса возросла на Δm = 1 г?

4.23. Вычислить энергию покоя: 1) электрона; 2) протона; 3) α-частицы. Ответ выразить в джоулях и мегаэлектрон-вольтах.

4.24. Известно, что объем воды в океане равен $1{,}37\cdot10^9$ км^3. Определить, на сколько возрастет масса воды в океане, если температура воды повысится на Δt = 1 ºС. Плотность ρ воды в океане принять равной $1{,}03\cdot10^3$ кг/м^3.

4.25. Кинетическая энергия T электрона равна 10 МэВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Сделать такой же подсчет для протона.

4.26. Во сколько раз релятивистская масса протона больше релятивистской массы электрона, если обе частицы имеют одинаковую кинетическую энергию $T = 1$ ГэВ?

4.27. Электрон летит со скоростью $v = 0{,}8c$. Определить кинетическую энергию T электрона (в мегаэлектрон-вольтах).

4.28. При какой скорости v кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя?

4.29. Две релятивистские частицы движутся навстречу друг другу с одинаковыми (в лабораторной системе отсчета) кинетическими энергиями, равными их энергии покоя. Определить: 1) скорость частиц в лабораторной системе отсчета; 2) относительную скорость сближения частиц (в единицах c); 3) кинетическую энергию (в единицах m_0c^2) одной из частиц в системе отсчета, связанной с другой частицей.

4.30. Определить импульс p частицы (в единицах m_0c), если ее кинетическая энергия равна энергии покоя.

4.31. Определить кинетическую энергию T релятивистской частицы (в единицах m_0c^2), если ее импульс $p = m_0c$.

4.32. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

4.33. Импульс p релятивистской частицы равен m_0c. Под действием внешней силы импульс частицы увеличился в два раза. Во сколько раз возрастет при этом энергия частицы: 1) кинетическая; 2) полная?

4.34. При неупругом столкновении частицы, обладающей импульсом $p = m_0c$, и такой же покоящейся частицей образуется составная частица. Определить: 1) скорость v частицы (в единицах c) до столкновения; 2) релятивистскую массу составной частицы (в единицах m_0); 3) скорость составной частицы; 4) массу покоя составной частицы (в единицах m_0); 5) кинетическую энергию частицы до столкновения и кинетическую энергию составной частицы (в единицах m_0c^2).

4.35. Частица с кинетической энергией $T = m_0c^2$ налетает на другую такую же частицу, которая в лабораторной системе отсчета покоится. Найти суммарную кинетическую энергию T' частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы частиц.

4.36. Две частицы, каждая массы *m,* летят навстречу друг другу с одинаковой скоростью v. Найти v*,* если масса образовавшейся при столкновении частицы равна *M*.

4.37. Релятивистская частица массы *m* с кинетической энергией *K* налетает на покоящуюся частицу той же массы. Найти массу и скорость составной частицы, образовавшейся в результате соударения.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§5. Молекулярно – кинетическая теория газов. Законы идеального газа

Основные формулы

Молярная масса вещества равна

$$M = \frac{m}{\nu}.$$

Связь молярной массы *M* с *относительной молекулярной массой* M_r вещества имеет вид

$$M = M_r \cdot k,$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Количество вещества системы (в молях) равно

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M},$$

где *N* – число частиц системы; N_A – число Авогадро; *m* – масса; *M*– молярная масса.

Если система представляет смесь нескольких газов, то количество вещества системы равно

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + ... + \frac{N_n}{N_A} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + ... + \frac{m_n}{M_n},$$

где ν_i , N_i , m_i , M_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса *i*-й компоненты смеси.

Молярная масса смеси газов вычисляется по формуле

$$M = \frac{m_1 + m_2 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_n},$$

где m_i – масса i - го компонента смеси; $\nu_i = m_i / M_i$ – количество вещества i - го компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Массовая доля ω_i i - го компонента смеси газов (в долях единицы или в процентах) равна

$$\omega_i = m_i / m,$$

где m – масса смеси.

Концентрация молекул (число частиц в единице объема) равна

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{M}\rho,$$

где N – число частиц, содержащихся в данной системе; ρ – плотность вещества; N_A – постоянная Авогадро. Формула справедлива для любого агрегатного состояния вещества.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа) имеет вид

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

где m – масса газа; M – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная; $\nu = m/M$ – количество вещества; T – термодинамическая температура.

Опытные законы идеального газа, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона для изопроцессов, имеют вид:

а) закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс при $T = const$; $m = const$; $\mu = const$)

$$pV = const,$$

или для двух состояний газа

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

где p_1 и V_1 – давление и объем газа в начальном состоянии; p_2 и V_2 – те же величины в конечном состоянии;

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс при $p = const$;

$m = const$; $M = const$)

$$\frac{V}{T} = const,$$

или для двух состояний газа

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где V_1 и T_1 – объем и температура газа в начальном состоянии; V_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

в) закон Шарля (изохорический процесс при $V = const$; $m = const$; $M = const$)

$$\frac{p}{T} = const,$$

или для двух состояний газа

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

где p_1 и T_1 – давление и температура газа в начальном состоянии; p_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

г) объединенный газовый закон (при $m = const$; $M = const$)

$$\frac{pV}{T} = const,$$

или для двух состояний газа

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1 , T_1 – давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2 , T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов, имеет вид

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_i + ... + p_N,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси; N – число компонентов смеси.

Основное уравнение кинетической теории газов имеет вид

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle,$$

где $\langle \varepsilon_n \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа; n – концентрация молекул газа.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры имеет вид

$$p = nkT.$$

Задачи

5.1. Определить относительную молекулярную массу μ_r: 1) воды H_2O; 2) углекислого газа CO_2; 3) поваренной соли $NaCl$.

5.2. Найти молярную массу M серной кислоты H_2SO_4.

5.3. Определить массу m_0 молекулы: 1) углекислого газа; 2) поваренной соли.

5.4. В сосуде вместимостью V = 2 л находится кислород, количество вещества ν которого равно 0,2 моль. Определить плотность ρ газа.

5.5. Определить количество вещества ν и число молекул N азота массой m = 0,2 кг.

5.6. В баллоне вместимостью V = 3 л находится кислород массой m = 4 г. Определить количество вещества ν и число молекул N газа.

5.7. Кислород при нормальных условиях заполняет сосуд вместимостью V = 11,2 л. Определить количество вещества ν газа и его массу m.

5.8. Колба вместимостью V = 0,5 л содержит газ при нормальных условиях. Определить число молекул N газа, находящихся в колбе.

5.9. В сосуде вместимостью V = 5 л находится однородный газ количеством вещества ν = 0,2 моль. Определить, какой это газ, если его плотность ρ = 1,12 кг/м^3.

5.10. В сосуде вместимостью V = 5 л находится кислород, концентрация n молекул которого равна $9{,}41\cdot10^{23}$ м$^{-3}$. Определить массу m газа.

5.11. В баллоне вместимостью V = 5 л находится азот массой m = 17,5 г. Определить концентрацию n молекул азота в баллоне.

5.12. В двух одинаковых по вместимости сосудах находятся разные газы: в первом – водород, во втором – кислород. Найти отношение n_1/n_2 концентраций газов, если массы газов одинаковы.

5.13. Газ массой m = 58,5 г находится в сосуде вместимостью V = 5 л. Концентрация n молекул газа равна $2{,}2\cdot10^{26}$ м$^{-3}$. Какой это газ?

5.14. Определить концентрацию n молекул идеального газа при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 1$ мПа.

5.15. Определить количество вещества ν и концентрацию n молекул газа, содержащегося в колбе вместимостью $V = 240$ см^3 при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 50$ кПа.

5.16. В колбе вместимостью $V = 100$ см^3 содержится некоторый газ при температуре $T = 300$ К. На сколько понизится давление p газа в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдет $N = 10^{20}$ молекул?

5.17. Определить число N молекул ртути, содержащихся в воздухе объемом $V = 1$ м^3 в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 20$ °С, если давление p насыщенного пара ртути при этой температуре равно 0,13 Па.

5.18. В цилиндр длиной $l = 1{,}6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью $S = 200$ см^2. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра.

5.19. В баллоне содержится газ при температуре $t_1 = 100$°С. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

5.20. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении объем его увеличился на 1/350 первоначального объема. Найти начальную температуру T газа.

5.21. Поршневым воздушным насосом откачивают сосуд объемом V. За один цикл (ход поршня) насос захватывает объем ΔV. Через сколько циклов давление в сосуде уменьшится в n раз? Процесс считать изотермическим, газ - идеальным.

5.22. Баллон вместимостью $V = 12$ л содержит углекислый газ. Давление p газа равно 1 МПа, температура Т = 300 К. Определить массу т газа в баллоне.

5.23. Какой объем V занимает идеальный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ кмоль при давлении $p = 1$ МПа и температуре $T = 400$ К?

5.24. Котел вместимостью $V = 2$ м^3 содержит перегретый водяной пар массой $m = 10$ кг при температуре $T = 500$ К. Определить давление p пара в котле.

5.25. Баллон вместимостью V = 20 л содержит углекислый газ массой m = 500 г под давлением p = 1,3 МПа. Определить температуру T газа.

5.26. Газ при температуре T = 309 К и давлении p = 0,7 МПа имеет плотность ρ = 12 кг/м^3. Определить молярную массу M газа.

5.27. В баллоне вместимостью V = 25 л находится водород при температуре T = 290 К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 0,4 МПа. Определить массу m израсходованного водорода.

5.28. Оболочка аэростата вместимостью V = 1600 м^3, находящегося на поверхности Земли, на 7/8 наполнена водородом при давлении p_1 = 100 кПа и температуре T_1 = 290 К. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление p_2 = 80 кПа и температура T_2 = 280 К. Определить массу Δm водорода, вышедшего из оболочки при его подъеме.

5.29. Какой объем V занимает смесь газов – азота массой m_1 = 1 кг и гелия массой m_2 = 1 кг – при нормальных условиях?

5.30. В баллонах вместимостью V_1 = 20 л и V_2 = 44 л содержится газ. Давление в первом баллоне p_1 = 2,4 МПа, во втором – p_2 = 1,6 МПа. Определить общее давление p и парциальные p_1' и p_2' после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

5.31. В сосуде вместимостью V = 0,01 м^3 содержится смесь газов – азота массой m_1 = 7 г и водорода массой m_2 = 1 г – при температуре T = 280 К. Определить давление p смеси газов.

5.32. Найти плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли ω_1 и ω_2 равны соответственно 1/9 и 8/9. Давление p смеси равно 100 кПа, температура T = 300 К.

5.33. В сосуде находится смесь m_1 = 7г азота и m_2 = 11 г углекислого газа при температуре T=290 К и давлении p_0=1 атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными.

5.34. В сосуде объемом V=5 л находится азот массы m = 1,4г при T=1800 К. Найти давление газа, если при этой температуре α=30% молекул диссоциировано на атомы.

5.35. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением p = 1 МПа. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна 0,2.

5.36. Сухой воздух состоит в основном из кислорода и азота. Если пренебречь остальными составными частями воздуха, то можно считать, что массовые доли кислорода и азота соответственно ω_1=0,232, ω_2=0,768. Определить относительную молекулярную массу μ_r воздуха.

5.37. Баллон вместимостью V = 30 л содержит смесь водорода и гелия при температуре T = 300 К и давлении p = 828 кПа. Масса m смеси равна 24 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

5.38. Баллон вместимостью V=5 л содержит смесь гелия и водорода при давлении p=600 кПа. Масса m смеси равна 4 г, массовая доля ω_1 гелия равна 0,6. Определить температуру T смеси.

§6. Элементы статистической физики

Основные формулы

Распределение Больцмана (распределение молекул газа, находящегося во внешнем силовом поле) имеет вид

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}},$$

где n – концентрация молекул газа; U – потенциальная энергия молекулы; n_0 – концентрация молекул в точках поля, где U = 0; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; e – основание натурального логарифма.

Барометрическая формула (распределение давления газа, находящегося в однородном поле силы тяжести) имеет вид

$$p = p_0 e^{\frac{mgh}{kT}}, \text{ или } p = p_0 e^{\frac{Mgh}{RT}},$$

где p – давление газа; m – масса частицы; M– молярная масса; h – высота точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 – давление на этом уровне; g – ускорение свободного падения; R – универсальная газовая постоянная.

Распределение Максвелла молекул газа по скоростям теплового движения выражается соотношением

$$dN(V) = N \cdot f(V) \cdot dV = N \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mV^2/(2kT)} V^2 \cdot dV \,,$$

где $dN(V)$ – число молекул, скорости которых лежат в интервале от V до $V+dV$; $f(V)$ – функция Максвелла; N – общее число молекул; m – масса молекулы.

Распределение молекул по импульсам имеет вид

$$dN(p) = N \cdot f(p) \cdot dp = N \cdot 4\pi \left(\frac{1}{2\pi \cdot m \cdot kT} \right)^{3/2} e^{-p/(2mkT)} p^2 \cdot dp \,,$$

где $dN(p)$ – число молекул, импульсы которых лежат в интервале от p до $p+dp$; $f(V)$ – функция распределения по импульсам; N – общее число молекул; m – масса молекулы.

Распределение молекул по энергиям имеет вид

$$dN(\varepsilon) = N \cdot f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = N \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \varepsilon^{1/2} \cdot d\varepsilon \,,$$

где $dN(\varepsilon)$ – число молекул, энергии которых заключены в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$; $f(\varepsilon)$ – функция распределения по энергиям; N – общее число молекул.

Среднее значение физической величины x, имеющей функцию распределения $f(x)$, нормированную на единицу, определяется формулой

$$\langle x \rangle = \int x \cdot f(x) \cdot dx \,,$$

где интегрирование ведется по всей совокупности изменений величины x.

Скорости молекул определяются формулами:

а) средняя квадратичная $\langle V_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$;

б) средняя арифметическая $\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$;

в) наиболее вероятная $V_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

Среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени, равно

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle V \rangle \,,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle V \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа определяется формулой

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Задачи

6.1. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу m = 10 $^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на Δh = 10 м? Температура воздуха T = 300 К.

6.2. На сколько уменьшится атмосферное давление p_0 = 100 кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту h = 100 м? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

6.3. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на ее поверхности? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

6.4. Барометр в кабине летящего вертолета показывает давление p = 90 кПа. На какой высоте h летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление p_0 = 100 кПа? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

6.5. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на Δp =100 Па, в двух случаях: 1) вблизи поверхности Земли, где температура T_1 = 290 К, давление p_1 = 100 кПа; 2) на некоторой высоте, где температура T_2 = 220 К, давление p_2 = 25 кПа.

6.6. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление p = 80 кПа, благодаря чему летчик считает высоту h полета неизменной. Однако температура воздуха изменились на ΔT = 1 К. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление p_0 = 100 кПа.

6.7. Ротор центрифуги вращается с угловой скоростью ω. Используя функцию распределения Больцмана, установить распределение концентрации n частиц массой m, находящихся в роторе центрифуги, как функцию расстояния r от оси вращения.

6.8. Зная функцию распределения молекул по скоростям, вывести формулу наиболее вероятной скорости $V_в$.

6.9. Какова вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $0{,}5V_в$ не более чем на 1 %?

6.10. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости $V_в$.

6.11. Зная функцию распределения молекул по скоростям, определить среднюю арифметическую скорость $\langle V \rangle$ молекул.

6.12. По функции распределения молекул по скоростям определить среднюю квадратичную скорость $\langle V_{кв} \rangle$.

6.13. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем V = 1 см^3. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими некоторого значения $V_{\max}$ = 1 м/с.

6.14. Вывести формулу наиболее вероятного импульса $p_в$ молекул идеального газа.

6.15. На сколько процентов изменится наиболее вероятное значение $p_в$ импульса молекул идеального газа при изменении температуры на один процент?

6.16. Найти выражение для импульса молекул идеального газа, энергии которых равны наиболее вероятному значению энергии.

6.17. Найти выражение средней кинетической энергии $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения молекул. Функцию распределения молекул по энергиям считать известной.

6.18. Определить долю ω молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1 %.

6.19.Используя функцию распределения молекул по энергиям, определить наиболее вероятное значение энергии $\varepsilon_в$.

6.20. Найти относительное число ω молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения $\varepsilon_в$ энергии не более чем на 1 %.

6.21. Найти выражение для кинетической энергии молекул идеального газа, импульсы которых имеют наиболее вероятное значение $p_в$.

6.22. Во сколько раз изменится значение максимума функции $f(\varepsilon)$ распределения молекул идеального газа по энергиям, если температура T газа увеличится в два раза? Решение пояснить графиком.

6.23. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул водорода при давлении p = 0,1 Па и температуре T = 100 К.

6.24. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура T газа равна 300 К?

6.25. Баллон вместимостью V = 10 л содержит водород массой m = 1 г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул.

6.26. Можно ли считать вакуум с давлением p = 100 мкПа высоким, если он создан в колбе диаметром d = 20 см, содержащей азот при температуре T = 280К?

6.27. Определить плотность ρ разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул равна 1 см.

6.28. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений, испытываемых в течение t =1 с молекулой кислорода при нормальных условиях.

6.29. Найти среднюю продолжительность $\langle \tau \rangle$ свободного пробега молекул кислорода при температуре T = 250 К и давлении p = 100 Па.

6.30. Найти среднюю квадратичную $\langle V_{кв} \rangle$, среднюю арифметическую $\langle V \rangle$ и наиболее вероятную $V_в$ скорости молекул водорода. Вычисления выполнить для трех значений температуры: 1) T = 20 К; 2) T = 300 К; 3) T = 5 кК.

6.31. При какой температуре T средняя квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости V_2 = 11,2 км/с?

6.32. При какой температуре T молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle V_{кв} \rangle$, как молекулы водорода при температуре T_1 = 100 К?

6.33. Колба вместимостью V = 4 л содержит некоторый газ массой m = 0,6 г под давлением p = 200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle V_{кв} \rangle$ молекул газа.

6.34. Взвешенные в воздухе мельчайшие пылинки движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle V_{кв} \rangle$ пылинки массой $m = 10^{-10}$ г, если температура T воздуха равна 300 К.

6.35. Во сколько раз средняя квадратичная скорость $\langle V_{кв} \rangle$ молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой $m = 10^{-8}$ г, находящейся среди молекул кислорода?

6.36. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle V \rangle$ молекул газа, если их средняя квадратичная скорость $\langle V_{кв} \rangle$ = 1 км/с.

6.37. Определить наиболее вероятную скорость $V_в$ молекул водорода при температуре T = 400 К.

§7. Физические основы термодинамики

Основные формулы

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2}kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы равна

$$\langle \varepsilon_к \rangle = \frac{i}{2}kT \ ,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме c_V и при постоянном давлении c_ρ равны

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M} \ ,$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Связь между удельной c_m и молярной c_ν теплоемкостями имеет вид

$$c_m = \frac{c_\nu}{M}.$$

Уравнение Майера имеет вид

$$c_\rho - c_V = \frac{R}{M},$$

где c_ρ и c_V – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и при постоянном объеме соответственно.

Внутренняя энергия идеального газа равна

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}c_V T,$$

где c_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Работа газа при изменении его объема в общем случае определяется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 – начальный объем газа, V_2 – конечный объем.

Работа газа:

а) при изобарическом процессе ($p = const$)

$$A = p(V_2 - V_1).$$

б) при изотермическом процессе ($T = const$)

$$A = \frac{m}{M}RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

в) при адиабатическом процессе ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M}c_V \Delta T, \text{ или } A = \frac{RT_1}{\nu - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right],$$

где $\gamma = c_\rho / c_V$ – показатель адиабаты.

Уравнение Пуассона (уравнение адиабатического процесса) имеет вид

$$pV^\gamma = const.$$

Уравнения, связывающие начальные и конечные параметры идеального газа при адиабатическом процессе, имеют вид

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}; \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

Первое начало термодинамики в общем случае записывается в виде

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе; ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Первое начало термодинамики в применении к некоторым процессам имеет вид:

а) при изотермическом процессе ($\Delta U = 0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

б) при изохорном процессе ($A = 0$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} c_V \Delta T;$$

в) при изобарном процессе ($p = const$)

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} c_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} c_p \Delta T;$$

г) при адиабатическом процессе ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} c_V \Delta T.$$

Термический коэффициент полезного действия (КПД) кругового процесса (цикла) определяется формулой

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

КПД *цикла Карно* равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры нагревателя и охладителя соответственно.

Изменение энтропии термодинамической системы равно

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где A и B – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

Формула Больцмана имеет вид

$$S = k \cdot \ln W,$$

где S – энтропия системы; W – термодинамическая вероятность состояния системы; k – постоянная Больцмана.

Задачи

7.1. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p газов: 1) гелия; 2) водорода; 3) углекислого газа.

7.2. Разность удельных теплоемкостей $c_p - c_V$ некоторого двухатомного газа равна 260 Дж/(кг ·К). Найти молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p.

7.3. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой m_1 = 10 г и азот массой m_2 = 20 г?

7.4. Найти молярную массу и число степеней свободы молекул идеального газа, если известны его удельные теплоем кости: c_V=0,65 Дж/(кг ·К) и c_p=0,91 Дж/(кг ·К).

7.5. Определить удельную теплоемкость c_V смеси газов, содержащей V_1 = 5 л водорода и V_2 = 3 л гелия. Газы находятся при одинаковых условиях.

7.6. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой m_1 = 10 г и водород массой m_2 = 4 г.

7.7. Смесь газов состоит из аргона и азота, взятых при одинаковых условиях и в одинаковых объемах. Определить показатель адиабаты γ такой смеси.

7.8. Найти показатель адиабаты γ смеси водорода и неона, если массовые доли обоих газов в смеси одинаковы и равны $\omega = 0{,}5$.

7.9. При адиабатном сжатии газа его объем уменьшился в n = 10 раз, а давление увеличилось в k = 21,4 раза. Определить отношение c_p / c_V теплоемкостей газов.

7.10. Водород массой m = 4 г был нагрет на ΔT = 10 К при постоянном давлении. Определить работу A расширения газа.

7.11. Газ, занимавший объем V_1 = 12 л под давлением p_1 = 100 кПа, был изобарно нагрет от температуры T_1 = 300 К до T_2 = 400 К. Определить работу A расширения газа.

7.12. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой m = 5 г, взятого при температуре T = 290 К, если объем газа увеличивается в три раза?

7.13. При адиабатном сжатии кислорода массой m = 1 кг совершена работа A = 100 кДж. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре T_1 = 300 К.

7.14. Определить работу A адиабатного расширения водорода массой m = 4 г, если температура газа понизилась на ΔT = 10 К.

7.15. Азот массой m = 2 г, имевший температуру T_1 = 300 К, был адиабатно сжат так, что его объем уменьшился в n = 10 раз. Определить конечную температуру T_2 газа и работу A сжатия.

7.16. Кислород, занимавший объем V_1 = 1 л под давлением p_1 = 1,2 МПа, адиабатно расширился до объема V_2 = 10 л. Определить работу A расширения газа.

7.17. Азот массой m =5 кг, нагретый на ΔT = 150 К, сохранил неизменный объем V. Найти: 1) количество теплоты Q, сообщенное газу; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) совершенную газом работу A.

7.18. Водород занимает объем V_1 = 10 м^3 при давлении p_1 = 100 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 300 кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A, совершенную газом; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

7.19. При изохорном нагревании кислорода объемом V = 50 л давление газа изменилось на Δp = 0,5 МПа. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу.

7.20. Баллон вместимостью V = 20 л содержит водород при температуре T = 300 К под давлением p = 0,4 МПа. Каковы будут температура T_1 и давление p_1, если газу сообщить количество теплоты Q = 6 кДж?

7.21. Кислород при неизменном давлении p = 80 кПа нагревается. Его объем увеличивается от V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A, совершенную им при расширении; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

7.22. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q = 21 кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

7.23. Кислород массой m = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_1 = 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_2 = 0,5 МПа. Найти: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, переданное газу. Построить график процесса.

7.24. Гелий массой m = 1 г был нагрет на ΔT = 100 К при постоянном давлении p. Определить: 1) количество теплоты Q, переданное газу; 2) работу A расширения; 3) приращение ΔU внутренней энергии газа.

7.25. Какая доля ω_1 количества теплоты Q_1, подводимого к идеальному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля ω_2 – на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

7.26. Водяной пар расширяется при постоянном давлении. Определить работу A расширения, если пару передано количество теплоты Q = 4 кДж.

7.27. Азот массой m = 200 г расширяется изотермически при температуре T = 280 К, причем объем газа увеличивается в два раза. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

7.28. В цилиндре под поршнем находится азот массой m = 0,6 кг, занимающий объем V_1 = 1,2 м^3 при температуре T = 560 К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем V_2 = 4,2 м^3, причем температура осталась неизменной. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

7.29. Водород массой m = 10 г нагрели на ΔT = 200 К, причем газу было передано количество теплоты Q = 40 кДж. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и совершенную им работу A.

7.30. При изотермическом расширении водорода массой m = 1 г, имевшего температуру T = 280 К, объем газа увеличился в три раза. Определить работу A расширения газа и полученное газом количество теплоты Q.

7.31. Азот, занимавший объем V_1 = 10 л под давлением p_1 = 0,2 МПа, изотермически расширился до объема V_2 = 28 л. Определить работу A расширения газа и количество теплоты Q, полученное газом.

7.32. При изотермическом расширении кислорода, содержавшего количество вещества ν = 1 моль и имевшего температуру T = 300 К, газу было передано количество теплоты Q = 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

7.33. Какое количество теплоты Q выделится, если азот массой m = 1 г, взятый при температуре T = 280 К под давлением p_1 = 0,1 МПа, изотермически сжать до давления p_2 = 1 МПа?

7.34. Автомобильная шина содержит воздух под давлением p_1 = 220 кПа при температуре T_1 = 290 К. Во время движения она нагрелась до температуры T_2 = 330 К и лопнула. Считая процесс, происходящий после повреждения шины, адиабатным, определить изменение температуры ΔT вышедшего из нее воздуха. Внешнее давление p_0 воздуха равно 100 кПа.

7.35. При адиабатном расширении кислорода с начальной температурой T_1 = 320 К его внутренняя энергия уменьшилась на ΔU = 8,4 кДж, а объем увеличился в n = 10 раз. Определить массу m кислорода.

7.36. Водород при нормальных условиях имел объем V_1 = 100 м^3. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа при его адиабатном расширении до объема V_2 =1 50 м^3.

7.37. В цилиндре под поршнем находится водород массой m = 0,02 кг при температуре T_1 = 300 К. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатного расширения и полную работу A, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

7.38. При адиабатном сжатии кислорода массой m=20 г его внутренняя энергия увеличилась на ΔU = 8 кДж и температура повысилась до T_2 = 900 К. Найти: 1) повышение температуры ΔT; 2) конечное давление газа p_2, если начальное давление p_1 = 200кПа.

7.39. Воздух, занимавший объем V_1 = 10 л при давлении p_1 = 100 кПа, был адиабатно сжат до объема V_2 = 1 л. Под каким давлением p_2 находится воздух после сжатия?

7.40. Горючая смесь в двигателе дизеля воспламеняется при температуре T_2 = 1,1 кК. Начальная температура смеси T_1 = 350 К. Во сколько раз нужно уменьшить объем смеси при сжатии, чтобы она воспламенилась? Сжатие считать адиабатным. Показатель адиабаты γ для смеси принять равным 1,4.

7.41. Два теплоизолированных баллона 1 и 2 наполнены воздухом и соединены короткой трубкой с вентилем. Известны объемы баллонов, а также давление и температура воздуха в них (V_1, p_1, T_1 и V_2, p_2, T_2). Найти температуру и давление воздуха, которые установятся после открытия вентиля.

7.42. Два моля идеального газа при температуре T_0=300 К охладили изохорически, вследствие чего его давление уменьшилось в 2 раза. Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенного газом в данном процессе.

7.43. Три моля идеального газа, находившегося при температуре T_0=273 К, изотермически расширили в 5 раз и затем изохорически нагрели так, что его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла Q = 80 кДж. Найти γ для этого газа.

7.44. Некоторую массу азота сжали в 5 раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие.

7.45. Найти молярную теплоемкость идеального газа при политропическом процессе pV^n =const, если показатель адиабаты газа равен γ. При каких значениях показателя политропы n теплоемкость газа будет отрицательной?

7.46. Идеальный газ, показатель адиабаты которого γ, расширяют так, что сообщаемое газу тепло равно убыли его внутренней энергии. Найти: а) молярную теплоемкость газа в этом процессе; б) уравнение процесса в параметрах T, V.

7.47. Азот массы m = 15 г находится в закрытом сосуде при T=300 К. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту, чтобы средняя квадратичная скорость его молекул возросла в 2 раза?

7.48. В результате кругового процесса газ совершил работу A = 1 Дж и передал охладителю количество теплоты Q_2 = 4,2 Дж. Определить термический КПД η цикла.

7.49. Совершая замкнутый процесс, газ получил от нагревателя количество теплоты Q_1 = 4 кДж. Определить работу A газа при протекании цикла, если его термический КПД η = 0,1.

7.50. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объем V_{min} = 10 л, наибольший V_{max} = 20 л, наименьшее давление p_{min} =2 46 кПа, наибольшее p_{max} = 410 кПа. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический КПД η.

7.51. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль и находящийся под давлением p_1 = 0,1 МПа при температуре T_1 = 300 К, нагревают при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема V_1. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический КПД η.

7.52. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 2/3 количества теплоты Q_1, полученного от нагревателя, отдает охладителю. Температура T_2 охладителя равна 280 К. Определить температуру T_1 нагревателя.

7.53. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_2 охладителя равна 290 К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя повысится от 400 К до 600 К?

7.54. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в три раза выше температуры T_2 охладителя. Нагреватель передал газу количество теплоты Q_1 = 42 кДж. Какую работу A совершил газ?

7.55. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя равна 470 К, температура T_2 охладителя равна 280 К.

При изотермическом расширении газ совершает работу $A = 100$ Дж. Определить термический КПД η цикла, а также количество теплоты Q_2, которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

7.56. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 охладителя. Какую долю ω количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает охладителю?

7.57. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 4{,}2$ кДж, совершил работу $A = 590$ Дж. Найти термический КПД η этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 охладителя?

7.58. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если термический КПД η цикла равен 0,2.

7.59. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в 1,6 раза больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу $A = 12$ кДж. Какая работа за цикл затрачивается на изотермическое сжатие рабочего вещества?

7.60. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в 10 раз. Рабочим веществом является азот.

7.61. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД такого цикла, если температура газа возрастает в n раз как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении.

7.62. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти КПД цикла, если при адиабатическом процессе объем идеального газа: а) увеличивается в n раз; б) уменьшается в n раз.

7.63. В результате изохорного нагревания водорода массой $m = 1$ г давление p газа увеличилось в два раза. Определить изменение ΔS энтропии газа.

7.64. Найти изменение ΔS энтропии при изобарном расширении азота массой m = 4 г от объема V_1 = 5 л до объема V_2 = 9 л.

7.65. Кислород массой m = 2 кг увеличил свой объем в n = 5 раз один раз изотермически, другой – адиабатно. Найти изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

7.66. Водород массой m = 100 г был изобарно нагрет так, что объем его увеличился в n_1 = 3 раза, затем водород был изохорно охлажден так, что давление его уменьшилось в n_2 = 3 раза. Найти изменение ΔS энтропии в ходе указанных процессов.

7.67. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем идеального газа в количестве ν= 4,0 моль, чтобы его энтропия испытала приращение ΔS =23 Дж/К?

7.68. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равной первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в 3,3 раза.

7.69. Гелий массы m = 1,7 г адиабатически расширили в 3 раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти приращение энтропии газа.

7.70. Процесс расширения двух молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в 2 раза.

§8. Реальные газы. Жидкости

Основные формулы

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) имеет вид

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT ,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса; V – объем газа; p – давление; T – термодинамическая температура.

Внутреннее давление p', обусловленное силами взаимодействия молекул, определяется соотношением

$$p' = \nu^2 \frac{a}{V^2}.$$

Критические параметры газа (объем $V_{кр}$, давление $p_{кр}$ и температура $T_{кр}$) связаны с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса соотношениями

$$V_{кр} = 3\nu b;\ p_{кр} = \frac{a}{27b^2};\ T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Внутренняя энергия реального газа равна

$$U = \nu c_V T - \frac{\nu^2 a}{V},$$

где c_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Коэффициент поверхностного натяжения σ жидкости равен

$$\sigma = \frac{F}{l}, \text{ или } \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной поверхностной энергии пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

Формула Лапласа, определяющая давление p, создаваемое изогнутой поверхностью жидкости, в общем случае имеет вид

$$p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

В случае сферической поверхности жидкости формула Лапласа имеет вид

$$p = \frac{2\sigma}{R},$$

где R – радиус сферической поверхности.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке определяется формулой

$$h = \frac{2\sigma\cos\vartheta}{\rho g R},$$

где ϑ – краевой угол ($\vartheta = 0$ при полном смачивании стенок трубки жидкостью; $\vartheta = \pi$ при полном несмачивании); R –

радиус канала трубки; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями равна

$$h = \frac{2\sigma\cos\vartheta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости имеет вид

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

где p_1 и p_2 – статические давления жидкости в двух сечениях трубки тока; V_1 и V_2 – скорости жидкости в этих сечениях; $\frac{\rho V_1^2}{2}$ и $\frac{\rho V_2^2}{2}$ – динамические давления жидкости в этих же сечениях; h_1 и h_2 – высоты их над некоторым уровнем, принятым за нулевой; $\rho g h_1$ и $\rho g h_2$ – гидростатические давления.

Задачи

8.1. В сосуде вместимостью $V = 10$ л находится азот массой $m = 0{,}25$ кг. Определить: 1) внутреннее давление p' газа; 2) собственный объем V' молекул.

8.2. Определить давление p, которое будет производить кислород, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль, если он занимает объем $V = 0{,}5$ л при температуре $T = 300$ К. Сравнить полученный результат с давлением, вычисленным по уравнению Менделеева – Клапейрона.

8.3. В сосуде вместимостью $V = 0{,}3$ л находится углекислый газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль при температуре $T = 300$ К. Определить давление p газа: 1) по уравнению Менделеева – Клапейрона; 2) по уравнению Ван-дер-Ваальса.

8.4. Внутреннюю полость толстостенного стального баллона наполовину заполнили водой при комнатной температуре. После этого баллон герметически закупорили и нагрели до температуры $T = 650$ К. Определить давление p водяного пара в баллоне при этой температуре.

8.5. Давление p кислорода равно 7 МПа, его плотность ρ= 100 кг/м^3. Найти температуру T кислорода.

8.6. Определить давление p водяного пара массой m = 1 кг, взятого при T = 380 К и объеме V: 1) 1000 л; 2) 10 л; 3) 2 л.

8.7. Вычислить постоянные a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса для азота, если известны критические температуры $T_{кр}$ = 126 К и деление $p_{кр}$ = 3,39 МПа.

8.8. Вычислить критические температуру $T_{кр}$ и давление $p_{кр}$: 1) кислорода; 2) воды.

8.9. Определить наибольший объем V_{max}, который может занимать вода, содержащая количество вещества ν = 1 моль.

8.10. Определить плотность ρ водяных паров в критическом состоянии.

8.11. Во сколько раз концентрация $n_{кр}$ молекул азота в критическом состоянии больше концентрации n_0 молекул при нормальных условиях?

8.12. Газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, находится при критической температуре и занимает объем V, в n = 3 раза превышающий критический объем $V_{кр}$. Во сколько раз давление p газа в этом состоянии меньше критического давления $p_{кр}$?

8.13. Газ находится в критическом состоянии. Во сколько возрастет давление p газа, если его температуру T изохорно увеличить в k = 2 раза?

8.14. Определить внутреннюю энергию U азота, содержащего количество вещества ν = 1 моль, при критической температуре $T_{кр}$ = 126 К. Вычисления выполнить для четырех значений объемов V: 1) 20 л; 2) 2 л; 3) 0,2 л; 4) $V_{кр}$.

8.15. Кислород, содержащий количество вещества ν = 1 моль, находится при температуре T = 350 К. Найти относительную погрешность ε в вычислении внутренней энергии газа, если газ рассматривать как идеальный. Расчеты выполнить для двух значений объема V: 1) 2 л; 2) 0,2 л.

8.16. Найти внутреннюю энергию U углекислого газа массой m = 132 г при нормальном давлении p_0 и температуре T = 300 К в двух случаях, когда газ рассматривают: 1) как идеальный; 2) как реальный.

8.17. Кислород массой m = 8 г занимает объем V = 20 см^3 при температуре T = 300 К. Определить внутреннюю энергию U кислорода.

8.18. Определить изменение ΔU внутренней энергии неона, содержащего количество вещества ν = 1 моль, при изотермическом расширении его объема от V_1 = 1 л до V_2 = 2 л.

8.19. Объем углекислого газа массой m = 0,1 кг увеличился от V_1 = 10^3 л до V_2 = 10^4 л. Найти работу A внутренних сил взаимодействия молекул при этом расширении газа.

8.20. В сосуде вместимостью V_1 =1 л содержится m = 10 г азота. Определить изменение ΔT температуры азота, если он расширяется в пустоту до объема V_2 = 10 л.

8.21. Газообразный хлор массой m = 7,1 г находится в сосуде вместимостью V_1 = 0,1 л. Какое количество теплоты Q необходимо подвести к хлору, чтобы при расширении его в пустоту до объема V_2 = 1 л температура газа осталась неизменной?

8.22. Какую работу A нужно совершить, чтобы, выдувая мыльный пузырь, увеличить его диаметр от d_1 = 1 см до d_2 = 11 см? Считать процесс изотермическим.

8.23. Две капли ртути радиусом r = 1 мм каждая слились в одну большую каплю. Какая энергия E выделится при этом слиянии? Считать процесс изотермическим.

8.24. Воздушный пузырек диаметром d = 2 мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

8.25. На сколько давление p воздуха внутри мыльного пузыря больше атмосферного давления p_0, если диаметр пузыря d = 5 мм?

8.26. Определить силу F, прижимающую друг к другу две стеклянные пластинки размерами 10 × 10 см, расположенные параллельно друг другу, если расстояние l между пластинками равно 22 мкм, а пространство между ними заполнено водой. Считать мениск вогнутым с диаметром d, равным расстоянию между пластинками.

8.27. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту

h = 20 мм. Определить поверхностное натяжение σ глицерина, если диаметр d канала трубки равен 1 мм.

8.28. В жидкость нижними концами опущены две вертикальные капиллярные трубки с внутренними диаметрами d_1 = 0,05 см и d_2 = 0,1 см. Разность Δh уровней жидкости в трубках равна 11,6 мм. Плотность ρ жидкости равна 0,8 г/см^3. Найти поверхностное натяжение σ жидкости.

8.29. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром d внутреннего канала, равным 1 мм. Найти массу m вошедшей в трубку воды.

8.30. Капиллярная трубка диаметром d = 0,5 мм наполнена водой. На нижнем конце трубки вода повисла в виде капли. Эту каплю можно принять за часть сферы радиуса r = 3 мм. Найти высоту h столбика воды в трубке.

8.31. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость V_1 воды в широкой части трубы равна 20 см/с. Определить скорость V_2 в узкой части трубы, диаметр d_2 которой в 1,5 раза меньше диаметра d_1 широкой части.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные

Нормальное ускорение свободного падения…...$g = 9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная……………………$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро.........………………………$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная…………………$R = 8{,}31$ Дж/(К·моль)
Молярный объем идеального газа при
нормальных условиях .... ………………………$V_m = 22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана........ ………………………$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея .... ………………………$F = 9{,}65\cdot10^{4}$ Кл/моль
Элементарный заряд ....………………………$e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона...................………………………$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона……………………..$e/m = 1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме………………………$c = 3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана–Больцмана…………… $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина…………...$b = 2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка .... ………………………$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
$\hbar = 1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга……………………………$R = 3{,}29\cdot10^{15}$ с$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты……………..$a = 5{,}29\cdot10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона……… $\lambda_c = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора………………………………….. $\mu_B = 9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Энергия ионизации атома водорода…………...$E_i = 2{,}16\cdot10^{-18}$ Дж

Атомная единица массы………………………...1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Ядерный магнетон……………………………… μ_N = $5{,}05\cdot10^{-27}$ Дж/Тл

2. Некоторые астрономические величины

Радиус Земли.................................. ………………………$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли .... ……………………… $5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца................................ ………………………$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца................................. ………………………$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны.................................. ………………………$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны .... ………………………$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца……..$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны……….$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли………………$2{,}36\cdot10^{6}$ с

3. Плотность ρ газов при нормальных условиях (кг/м^3)

Азот……………………………………..1,25
Аргон……………………………………..1,78
Водород……………………………………0,09
Воздух……………………………………...1,29
Гелий………………………………………0,18
Кислород…………………………………..1,43

4. Плотность ρ твердых тел и жидкостей (г/см^3)

Твердые тела

Алюминий…………………………………..2,70
Висмут……………………………………...9,80
Вольфрам…………………………………...19,3
Железо (чугун, сталь)……………………...7,87
Золото………………………………………19,3
Каменная соль……………………………...2,20
Латунь………………………………………8,55
Марганец……………………………………7,40
Медь………………………………………....8,93
Никель……………………………………...8,80
Платина…………………………………….21,4
Свинец……………………………………...11,3
Серебро……………………………………...10,5
Уран………………………………………..18,7

Жидкости (при 15°С)

Вода (дистиллированная при 4 °С)………1,00
Глицерин…………………………………...1,26
Керосин…………………………………….0,8
Масло (оливковое, смазочное)……………0,9
Масло касторовое…………………………0,96
Ртуть……………………………………….13,6
Сероуглерод………………………………..1,26
Спирт……………………………………….0,8
Эфир………………………………………..0,7

5. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η, мкПа·с	Теплопроводность λ, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	—	17,2	24,1
Гелий	0,22	—	—
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	—	8,32	15,8

6. Критические параметры и поправки Ван–дер–Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $P_{кр}$, МПа	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a, Н·м^4/моль^2	b, 10^{-5} м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

7. Динамическая вязкость η жидкостей при 20 °C (мПа·с)

Вода……………………………………………………1,00
Глицерин………………………………………………1480
Масло касторовое ……………………………………987
Масло машинное ……………………………………100
Ртуть……………………………………………………1,58

8. Поверхностное натяжение σ жидкостей при 20 °C (мН/м)

Вода……………………………………………………73
Глицерин………………………………………………62
Мыльная вода…………………………………………40
Ртуть……………………………………………………$5{,}0\cdot10^2$
Спирт……………………………………………………22

9. Скорость звука C (м/с)

Вода……………………………………………………1450
Воздух (сухой при нормальных условиях)……………332

Задачи по физике.

Учебное пособие к практическим занятиям и выполнению индивидуальных домашних заданий по физике

Составители: Анатолий Вячеславович Благин,
Тигран Амлетович Аскарян,
Александр Иванович Попов.

Формат 60×84 1/16. Печать оперативная. Бумага тип. №2. Усл. п. л. 4,5 .
Тираж 50 экз. С 72.

Южно-Российский государственный технический университет
(Новочеркасский политехнический институт).
Адрес ун - та : 346428, Новочеркасск, ул. Просвещения, 132.

Типография АО “Информбюро”.
Адрес типографии :
347340, Ростовская обл., г. Волгодонск, Ленина, 73/94.