

Министерство образования и науки Российской Федерации

Южно-Российский государственный технический университет
(Новочеркасский политехнический институт)

А.В. Благин

Т.А. Аскарян

А.И. Попов

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Часть 2

Учебное пособие к практическим занятиям и
выполнению индивидуальных домашних
заданий по физике для студентов дневной
формы обучения

Новочеркасск 2006

ББК 22.3
УДК 530.1 (075.8)
Б

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, проф. Л.С.Лунин
канд. физ.-мат. наук, доц. Е.И.Киреев

Благин А.В., Аскарян Т.А., Попов А.И.

Задачи по физике. Учебное пособие к практическим занятиям и выполнению индивидуальных домашних заданий по физике / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2006. – 64 с.

Пособие написано с учетом требований Государственных образовательных стандартов для студентов технических специальностей высших учебных заведений, изучающих физику в течение 3-х семестров. Главное внимание уделено методическим рекомендациям и пояснениям к решению заданий.

УДК 530.1 (075.8)

©Южно-Российский государственный
технический университет, 2006

© Благин А.В., Аскарян Т.А., Попов А.И., 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Электростатика

§9 Взаимодействие заряженных тел. Закон Кулона	4
§10. Напряженность и потенциал электростатического поля	8
§11. Электрическая емкость. Энергия электрического поля	20

Постоянный электрический ток

§12. Законы постоянного тока	26
§14. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах	34

Электромагнетизм

§14. Магнитное поле постоянного тока.....	39
§15. Силы, действующие на электрические заряды и проводники с током в магнитном поле	44
§16. Электромагнитная индукция. Энергия магнитного поля	51

ПРИЛОЖЕНИЯ	61
-------------------------	----

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

§9. Взаимодействие заряженных тел. Закон Кулона

Основные формулы

Закон Кулона имеет вид

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где F – модуль силы взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Линейная плотность заряда, равномерно распределённого вдоль прямой, равна

$$\tau = \frac{q}{l},$$

где q – заряд, находящийся на стержне длины l .

Поверхностная плотность заряда, равномерно распределённого по поверхности, равна

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

где q – заряд, находящийся на поверхности площадью S .

Объёмная плотность заряда, равномерно распределённого по объёму, равна

$$\rho = \frac{q}{V},$$

где q – заряд, находящийся внутри объёма V .

Задачи

9.1. Два шарика массой $m = 0,1$ г каждый подвешены в одной точке на нитях длиной $l = 20$ см каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол $\alpha = 60^\circ$. Найти заряд каждого шарика.

9.2. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарики погружаются в масло плотностью

$\rho_0 = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным. Плотность материала шариков $\rho = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

9.3. Даны два шарика массой $m = 1 \text{ г}$ каждый. Какой заряд q нужно сообщить каждому шарiku, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравнивала силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

9.4. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон обращается вокруг ядра по круговой орбите. Определить скорость V электрона, если радиус орбиты $r = 53 \text{ пм}$, а также частоту n вращения электрона.

9.5. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 1 \text{ мкКл}$ и $q_2 = -q_1$ равно 10 см . Определить силу F , действующую на точечный заряд $q = 0,1 \text{ мкКл}$, удаленный на $r_1 = 6 \text{ см}$ от первого и на $r_2 = 8 \text{ см}$ от второго зарядов.

9.6. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$ расположены точечные заряды $Q, 2q, 3q, 4q, 5q, 6q$ ($q = 0,1 \text{ мкКл}$). Найти силу F , действующую на точечный заряд q , лежащий в плоскости шестиугольника и равноудаленный от его вершин.

9.7. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 60 \text{ см}$. Сила отталкивания F_1 шаров равна 70 мкН . После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2 = 160 \text{ мкН}$. Вычислить заряды q_1 и q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

9.8. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 30 \text{ см}$. Сила притяжения F_1 шаров равна 90 мкН . После того как шары были приведены в соприкосновение и удалены друг от друга на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 160 \text{ мкН}$. Определить заряды q_1 и q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

9.9. Два положительных точечных заряда q и $4q$ закреплены на расстоянии $l = 60$ см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд Q_1 так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

9.10. Расстояние l между свободными зарядами $q_1 = 180$ нКл и $q_2 = 720$ нКл равно 60 см. Определить точку на прямой, проходящей через заряды, в которой нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

9.11. Три одинаковых заряда $q = 1$ нКл каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравнило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым?

9.12. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $q = 0,3$ нКл каждый. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

9.13. Три небольших шарика, каждый массы $m = 6$ г и с зарядом $q = 1,0$ мкКп, соединены шелковыми нитями, образуя равносторонний треугольник со стороной $l = 200$ мм. Одну нить пережгли. Найти ускорение среднего шарика сразу после этого. Сил тяжести нет.

9.14. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см равномерно заряжен. Линейная плотность τ заряда равна 1 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего его конца находится точечный заряд $q = 100$ нКл. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

9.15. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда, равной 10 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его конца

находится точечный заряд $q = 10$ нКл. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

9.16. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда, равной 10 мкКл/м. На перпендикуляре к оси стержня, восставленном из его конца, находится точечный заряд $q = 10$ нКл. Расстояние a заряда от конца стержня равно 20 см. Найти силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

9.17. Тонкая нить длиной $l = 20$ см равномерно заряжена с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. На расстоянии $a = 10$ см от нити, против ее середины, находится точечный заряд $q = 1$ нКл. Вычислить силу F , действующую на этот заряд со стороны заряженной нити.

9.18. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10$ мкКл/м. Какова сила F , действующая на точечный заряд $q = 10$ нКл, находящийся на расстоянии $a = 20$ см от стержня, вблизи его середины?

9.19. Тонкая бесконечная нить согнута под углом 90° . Нить несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определить силу F , действующую на точечный заряд $q = 0,1$ мкКл, расположенный на продолжении одной из сторон и удаленный от вершины угла на $a = 50$ см.

9.20. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 0,1$ мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восставленном из его середины, находится точечный заряд $q_1 = 10$ нКл. Определить силу F , действующую на точечный заряд q со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: 1) $l_1 = 20$ см; 2) $l_2 = 2$ м.

9.21. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. В центре кривизны полукольца находится заряд $q = 20$ нКл. Определить силу F взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

9.22. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/м. В центре кольца находится заряд $q = 0,4$ мкКл. Определить силу F , растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

§10. Напряженность и потенциал электростатического поля

Основные формулы

Напряженность электрического поля определяется выражением

$$\vec{E} = \vec{F} / q ,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный заряд q , помещенный в данную точку поля.

Потенциал электростатического поля равен

$$\varphi = \Pi / q ,$$

где Π – потенциальная энергия точечного заряда q , находящегося в данной точке поля .

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда определяются из соотношений

$$\vec{F} = q\vec{E} , \quad \Pi = q\varphi .$$

Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность или потенциал поля, созданного системой точечных зарядов, равны сумме напряженностей или потенциалов полей каждого из зарядов, то есть

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i , \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i ,$$

где $\vec{E}_i, \varphi_i$ – напряженность и потенциал в данной точке поля, созданного i – м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, созданного точечным зарядом, определяются из соотношений:

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} , \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} ,$$

где r – расстояние от заряда Q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал электростатического поля.

Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля имеет вид

$$\oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^N q_i ,$$

где $\oint_S E_n dS$ – поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность S ; $\sum_{i=1}^n q_i$ – сумма зарядов, охваченных данной поверхностью.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиуса R , заряд которой q , на расстоянии r от центра сферы, определяются формулами:

а) если $r < R$, то $E = 0$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$;

б) если $r = R$, то $E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$;

в) если $r > R$, то $E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$.

Напряженность поля, создаваемого прямой бесконечной равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром, равна

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, в которой вычисляется напряженность поля.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью, определяется выражением

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости.

Вектор электрического смещения $\vec{D}$ связан с вектором напряженности электрического поля $\vec{E}$ соотношением

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E},$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества.

Связь потенциала с напряженностью выражается уравнениями:

а) в общем случае $\vec{E} = -\text{grad}(\varphi)$, или $\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$;

б) в случае однородного поля $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$,

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями;

в) в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Электрический момент диполя определяется формулой

$$\vec{p} = |q|\vec{l},$$

где Q – заряд диполя; $\vec{l}$ – плечо диполя, то есть вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами.

Работа сил электростатического поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 равна

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ или } A = q \int_L \vec{E} d\vec{l}.$$

Задачи

10.1. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого точечным зарядом $q = 10$ нКл на расстоянии $r = 10$ см от него. Диэлектрик – масло.

10.2. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -5,3$ нКл равно 40 см. Вычислить напряженность E поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему равна напряженность, если второй заряд будет положительным?

10.3. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -20$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 30$ см и от второго на $r_2 = 50$ см.

10.4. Расстояние d между двумя точечными положительными зарядами $q_1 = 9q$ и $q_2 = q$ равно 8 см. На каком расстоянии r от первого заряда находится точка, в которой напряженность E поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы второй заряд был отрицательным?

10.5. Два точечных заряда $q_1 = 2q$ и $q_2 = -q$ находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность поля E в которой равна нулю.

10.6. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 40$ нКл и $q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность поля E в

точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

10.7. Тонкое кольцо радиусом $R = 8$ см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Какова напряженность электрического поля E в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 10$ см?

10.8. Тонкое полукольцо радиуса $R = 20$ см заряжено равномерно зарядом $q = 0,70$ нКл. Найти модуль напряженности электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

10.9. Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Найти напряженность электрического поля E в геометрическом центре полусферы.

10.10. На металлической сфере радиусом $R = 10$ см находится заряд $q = 1$ нКл. Определить напряженность электрического поля E в следующих точках: 1) на расстоянии $r_1 = 8$ см от центра сферы; 2) на её поверхности; 3) на расстоянии $r_2 = 15$ см от центра сферы. Построить график зависимости E от r .

10.11. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0,5$ нКл. Найти напряженность электростатического поля E в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

10.12. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность заряда τ , если напряженность E поля на расстоянии $a = 0,5$ м от проволоки против ее середины равна 200 В/м.

10.13. Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно 16 см. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $\tau = 150$ мкКл/м. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $r = 10$ см как от первой, так и от второй проволоки?

10.14. Прямой металлический стержень диаметром $d = 5$ см и длиной $l = 4$ м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = 500$ нКл. Определить напряженность E

поля в точке, находящейся против середины стержня на расстоянии $a = 1$ см от его поверхности.

10.15. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 1$ нКл/м²). Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

10.16. На отрезке тонкого прямого проводника длиной $l = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 3$ мкКл/м. Вычислить напряженность E поля, создаваемого этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

10.17. Тонкий стержень длиной $l = 12$ см заряжен с линейной плотностью $\tau = 200$ нКл/м. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от стержня против его середины.

10.18. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см заряжен с линейной плотностью $\tau = 400$ нКл/м. Найти напряженность E электрического поля в точке, расположенной на перпендикуляре к стержню, проведенном через один из его концов, на расстоянии $r = 8$ см от этого конца.

10.19. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределенный по площади заряд ($\sigma = 1$ нКл/м²). Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

10.20. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 2$ нКл/м² и $\sigma_2 = -5$ нКл/м². Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

10.21. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10$ нКл/м² и σ_2

$= 30 \text{ нКл/м}^2$. Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S , равную 1 м^2 .

10.22. Эбонитовый сплошной шар радиусом $R = 5 \text{ см}$ несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Определить напряженность E и смещение D электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1 = 3 \text{ см}$ от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) на расстоянии $r_2 = 10 \text{ см}$ от центра сферы. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

10.23. Длинный парафиновый цилиндр радиусом $R = 2 \text{ см}$ несет заряд, равномерно распределенный по объему с объемной плотностью $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Определить напряженность E и смещение D электрического поля в точках, находящихся от оси цилиндра на расстоянии: 1) $r_1 = 1 \text{ см}$; 2) $r_2 = 3 \text{ см}$. Обе точки равноудалены от концов цилиндра. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

10.24. Тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 2 \text{ мкКл/м}$. Вблизи средней части нити на расстоянии $r = 1 \text{ см}$, малом по сравнению с ее длиной, находится точечный заряд $q = 0,1 \text{ мкКл}$. Определить силу F , действующую на заряд.

10.25. Большая металлическая пластина несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$). На малом расстоянии от пластины находится точечный заряд $q = 100 \text{ нКл}$. Найти силу F , действующую на заряд.

10.26. Между пластинами плоского конденсатора находится точечный заряд $q = 30 \text{ нКл}$. Поле конденсатора действует на заряд с силой $F_1 = 10 \text{ мН}$. Определить силу F_2 взаимного притяжения пластин, если площадь S каждой пластины равна 100 см^2 .

10.27. Две одинаковые круглые пластины площадью по $S = 100 \text{ см}^2$ каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины равен $q_1 = 100 \text{ нКл}$, другой $q_2 = -100 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимного притяжения пластин в двух случаях, когда расстояние между ними: 1) $r_1 = 2 \text{ см}$; 2) $r_2 = 10 \text{ м}$.

10.28. Две параллельные, бесконечно длинные прямые нити несут заряд, равномерно распределенный по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 0,1 \text{ мкКл/м}$ и $\tau_2 = 0,2 \text{ мкКл/м}$.

Определить силу F взаимодействия, приходящуюся на отрезок нити длиной 1 м. Расстояние r между нитями равно 10 см.

10.29. Металлический шар имеет заряд $q_1 = 0,1$ мкКл. На расстоянии от его поверхности, равном радиусу шара, находится конец нити, вытянутой вдоль силовой линии. Нить несет равномерно распределенный по длине заряд $q_2 = 10$ нКл. Длина нити равна радиусу шара. Определить силу F , действующую на нить, если радиус R шара равен 10 см.

10.30. Точечный заряд $q = 10$ нКл, находясь в некоторой точке поля, обладает потенциальной энергией $W = 10$ мкДж. Найти потенциал φ этой точки поля.

10.31. При перемещении заряда $q = 20$ нКл между двумя точками поля внешними силами была совершена работа $A = 4$ мкДж. Определить работу A_1 сил поля и разность $\Delta\varphi$ потенциалов этих точек поля.

10.32. Поле создано точечным зарядом $q = 1$ нКл. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от заряда на расстояние $r = 20$ см.

10.33. Определить потенциал φ электрического поля в точке, удаленной от зарядов $q_1 = -0,2$ мкКл и $q_2 = 0,5$ мкКл соответственно на $r_1 = 15$ см и $r_2 = 25$ см.

10.34. Заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии $d = 10$ см. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке, удаленной на расстояние $r = 10$ см от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от q_1 к q_2 .

10.35. Вычислить потенциальную энергию W системы двух точечных зарядов $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = 10$ нКл, находящихся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга.

10.36. Какова потенциальная энергия W системы четырех одинаковых точечных зарядов $q = 10$ нКл, расположенных в вершинах квадрата со стороной длиной $a = 10$ см?

10.37. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить потенциал φ в точке, лежащей на оси кольца, на расстоянии $a = 5$ см от центра.

10.38. На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Вычислить потенциал φ поля, создаваемого этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

10.39. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 1$ нКл. Определить потенциал φ электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего его конца.

10.40. Тонкие стержни образуют квадрат со стороной a . Стержни заряжены с линейной плотностью заряда $\tau = 1,33$ нКл/м. Найти потенциал φ электрического поля в центре квадрата.

10.41. Бесконечно длинная тонкая прямая нить несет равномерно распределенный по длине нити заряд с линейной плотностью $\tau = 0,01$ мкКл/м. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, удаленных от нити на $r_1 = 2$ см и $r_2 = 4$ см.

10.42. Имеются две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 3$ см и $R_2 = 6$ см. Пространство между сферами заполнено парафином. Заряд q_1 внутренней сферы равен -1 нКл, заряд внешней сферы $q_2 = 2$ нКл. Найти потенциал φ электрического поля на расстоянии от центра сфер: 1) $r_1 = 1$ см; 2) $r_2 = 5$ см; 3) $r_3 = 9$ см.

10.43. Металлический шар радиусом $R = 5$ см несет заряд $q = 1$ нКл. Шар окружен слоем эбонита толщиной $d = 2$ см. Вычислить потенциал φ электрического поля на расстоянии от центра шара: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 9$ см. Построить график зависимости $\varphi(r)$.

10.44. Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/м². Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние $d = 10$ см.

10.45. Определить потенциал φ , до которого можно зарядить уединенный металлический шар радиусом $R = 10$ см, если напряженность E поля, при которой происходит пробой воздуха, равна 3 МВ/м. Найти также максимальную поверхностную плотность σ электрических зарядов перед пробоем.

10.46. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d = 0,5$ см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0,3$ мкКл/м². Определить разность потенциалов U между плоскостями.

10.47. Металлический шарик диаметром $d = 2$ см заряжен отрицательно до потенциала $\varphi = 150$ В. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

10.48. Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала $\varphi = 20$ В, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?

10.49. Сплошной парафиновый шар радиусом $R = 10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 1$ мкКл/м³. Определить потенциал φ электрического поля в центре шара и на его поверхности. Построить график зависимости $\varphi(r)$.

10.50. Эбонитовый толстостенный полый шар несет равномерно распределенный по объему заряд с плотностью $\rho = 2$ мкКл/м³. Внутренний радиус R_1 шара равен 3 см, наружный $R_2 = 6$ см. Определить потенциал φ поля в следующих точках: 1) на наружной поверхности шара; 2) на внутренней поверхности шара; 3) в центре шара.

10.51. Напряженность E однородного электрического поля в некоторой точке равна 600 В/м. Вычислить разность потенциалов U между этой точкой и другой, лежащей на прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением вектора напряженности. Расстояние Δr между точками равно 2 мм.

10.52. Электрическое поле создано положительным точечным зарядом. Потенциал φ поля в точке, удаленной от заряда на $r = 12$ см, равен 24 В. Определить значение и направление градиента потенциала в этой точке.

10.53. Точечные заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = 0,1$ мкКл находятся на расстоянии $r_1 = 10$ см друг от друга. Какую работу A совершат силы поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, удалится от него на расстояние: 1) $r_2 = 10$ м; 2) $r_3 = \infty$?

10.54. Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью $\tau = 133$ нКл/м. Какую работу A

надо совершить, чтобы перенести заряд $q = 6,7$ нКл из центра полукольца в бесконечность?

10.55. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он заряжен с линейной плотностью $\tau = 300$ нКл/м. Какую работу A надо совершить, чтобы перенести заряд $q = 5$ нКл из центра кольца в точку, расположенную на оси кольца на расстоянии $l = 20$ см от его центра?

10.56. Электрон находится в однородном электрическом поле напряженностью $E = 200$ кВ/м. Какой путь пройдет электрон за время $t = 1$ нс, если его начальная скорость была равна нулю? Какой скоростью будет обладать электрон в конце этого интервала времени?

10.57. Какая ускоряющая разность потенциалов U требуется для того, чтобы сообщить скорость $v = 30$ Мм/с: 1) электрону; 2) протону?

10.58. Разность потенциалов U между катодом и анодом электронной лампы равна 90 В, расстояние $r = 1$ мм. С каким ускорением a движется электрон от катода к аноду? Какова скорость v электрона в момент удара об анод? За какое время t электрон пролетает расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

10.59. Пылинка массой $m = 1$ мг, несущая на себе пять электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 3$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость v приобрела пылинка?

10.60. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ кВ, приобрела скорость $v = 5,4$ Мм/с. Определить удельный заряд частицы (отношение заряда в массе).

10.61. Электрон, летевший горизонтально со скоростью $v_0 = 1,6$ Мм/с, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 90$ В/см, направленное вертикально вверх. Какова будет по модулю и направлению скорость v электрона через 1 нс?

10.62. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В электрон имел скорость $V_1 = 6$ Мм/с. Определить

потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость V_2 электрона будет равна $0,5V_1$.

10.63. Электрон с начальной скоростью $v_0 = 3$ Мм/с влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E = 150$ В/м. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Найти: 1) силу F , действующую на электрон; 2) ускорение a , приобретаемое электроном; 2) скорость v электрона через $t = 0,1$ мкс.

10.64. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $v_0 = 10$ Мм/с, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние d между пластинами равно 16 мм, разность потенциалов $U = 30$ В и длина l пластин равна 6 см?

10.65. Положительно заряженная частица, заряд которой равен элементарному заряду e , прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 60$ кВ и летит на ядро атома лития, заряд которого равен трем элементарным зарядам. На какое наименьшее расстояние r_{min} частица может приблизиться к ядру? Начальное расстояние частицы от ядра можно считать бесконечно большим, а массу частицы – пренебрежимо малой по сравнению с массой ядра.

10.66. Два электрона, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, сближаются с относительной начальной скоростью $v = 10$ Мм/с. Определить минимальное расстояние r_{min} , на которое они могут подойти друг к другу.

10.67. Три одинаковых шарика, расположенные в вершинах равностороннего треугольника со стороной a , соединены друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика равны q и m . Одну из нитей пережгли. Найти максимальную скорость среднего шарика. Сил тяжести нет.

10.68. Небольшой шарик висит над горизонтальной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити жесткости k . После того, как шарик зарядили, он опустился на x см, и его расстояние от проводящей плоскости стало равным l . Найти заряд шарика.

10.69. Точечный заряд $q = 100$ мкКл находится на расстоянии $l = 1,5$ см от проводящей плоскости. Какую работу надо совершить против электрических сил, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости?

10.70. Два точечных заряда, q и $-q$, расположены на расстоянии l друг от друга и на одинаковом расстоянии $l/2$ от проводящей плоскости с одной стороны от нее. Найти модуль электрической силы, действующей на каждый заряд.

10.71. Точечный заряд $q = 2$ мкКл находится между двумя проводящими взаимно перпендикулярными полуплоскостями. Расстояние от заряда до каждой полуплоскости $l = 5$ см. Найти модуль силы, действующей на заряд.

10.71. Найти потенциал незаряженной проводящей сферы, вне которой на расстоянии $l = 30$ см от ее центра находится точечный заряд $q = 0,5$ мкКл.

10.72. Три электрона, находившихся на расстоянии $a = 10$ мм друг от друга, начали симметрично разлетаться под действием взаимного отталкивания. Найти их максимальные скорости.

10.73. Определить суммарную энергию взаимодействия точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной a в системах, которые показаны на рис. 10.1.

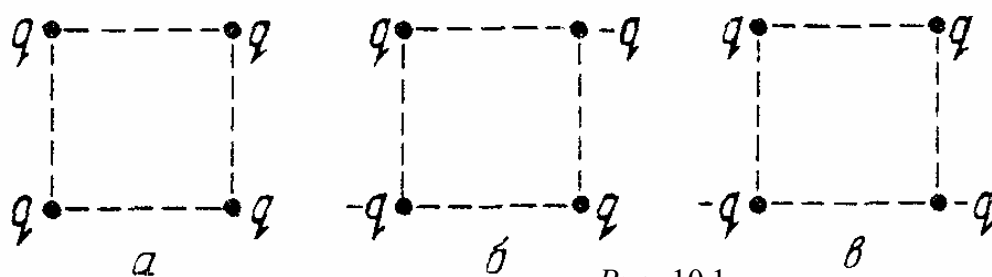


Рис. 10.1

10.74. Точечный заряд q находится на расстоянии l от проводящей плоскости. Найти энергию взаимодействия этого заряда с зарядами, индуцированными на плоскости.

§11. Электрическая ёмкость. Энергия электрического поля

Основные формулы

Электрическая ёмкость уединенного проводника или конденсатора определяется соотношением

$$C = \frac{q}{\varphi}, \text{ или } C = \frac{q}{U},$$

где φ – потенциал уединённого проводника; U – разность потенциалов между пластинами конденсатора; q – заряд проводника или конденсатора.

Емкость уединенной проводящей сферы радиуса R равна

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

Емкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Емкость сферического конденсатора определяется формулой

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где R_1 и R_2 – радиусы концентрических сфер, являющихся обкладками конденсатора; ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества, находящегося между обкладками.

Емкость цилиндрического конденсатора определяется формулой

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(R_2 / R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух коаксиальных цилиндров длины l , являющихся обкладками конденсатора, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ .

Емкость батареи конденсаторов определяется по формулам:

а) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i};$$

б) при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^N C_i,$$

где N – число конденсаторов в батарее.

Энергия электрического поля W уединенного заряженного проводника равна

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где q – заряд проводника; φ – потенциал проводника; C – его электрическая емкость.

Энергия электрического поля заряженного конденсатора равна

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где q – заряд конденсатора; U – разность потенциалов его обкладок; C – электрическая емкость конденсатора.

Объемная плотность энергии ω электростатического поля равна

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED,$$

где E и D – напряженность и смещение электростатического поля, находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε .

Задачи

11.1. Найти емкость C уединенного металлического шара радиусом $R = 1$ см, находящегося в вакууме.

11.2. Определить емкость C металлической сферы радиусом $R = 2$ см, погруженной в воду.

11.3. Определить емкость C Земли, принимая ее за шар радиусом $R = 6400$ км.

11.4. Два металлических шара радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 6$ см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $q = 1$ нКл. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.

11.5. Шар радиусом $R_1 = 6$ см заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300$ В, а шар радиусом $R_2 = 4$ см – до потенциала $\varphi_2 = 500$ В. Определить потенциал φ шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

11.6. Определить емкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна 100 см^2 , а расстояние между ними равно $0,1 \text{ мм}$.

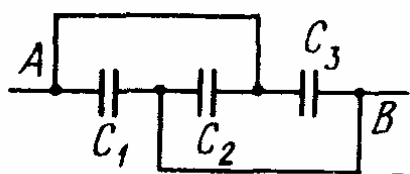


Рис. 11.1

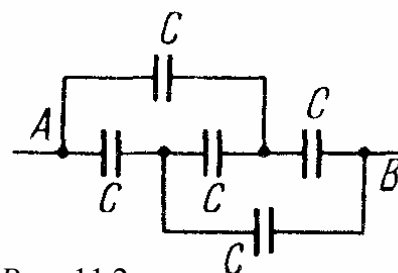


Рис. 11.2

11.7. Найти емкость системы одинаковых конденсаторов между точками А и В, которая показана: а) на рис. 11.1; б) на рис. 11.2.



Рис. 11.3

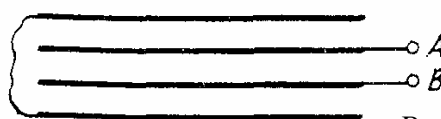


Рис. 11.4

11.8. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на расстоянии $d = 1 \text{ мм}$ друг от друга. Площадь каждой пластины $S = 220 \text{ см}^2$. Найти емкость системы между точками А и В, если пластины соединены так, как показано: а) на рис. 11.3; б) на рис. 11.4.

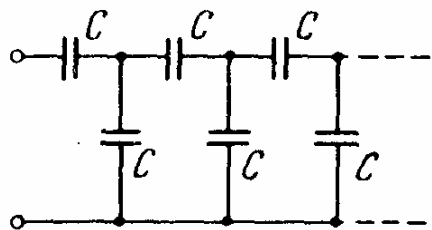


Рис. 11.5

11.9. Найти емкость бесконечной цепи, которая образована повторением одного и того же звена из двух одинаковых конденсаторов, каждый емкости C (рис. 11.5).

11.10. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U = 600 \text{ В}$, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной $d_1 = 7 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 3 \text{ мм}$. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 200 см^2 . Найти: 1) емкость C конденсатора; 2) смещение D , напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\phi$ в каждом слое.

11.11. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2 \text{ мКл/м}^2$. Расстояние d между пластинами равно 1 мм . На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм ?

11.12. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной $d = 1$ см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

11.13. Емкость C плоского конденсатора равна $1,5$ мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Какова будет емкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной $d_1 = 3$ мм?

11.14. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_2 , если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора?

11.15. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 2,1$ см образуют сферический конденсатор. Определить его емкость C , если пространство между сферами заполнено парафином.

11.16. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U = 600$ В и отключённому от источника напряжения, присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ϵ фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1 = 100$ В.

11.17. Два конденсатора ёмкостями $C_1 = 3$ мкФ и $C_2 = 6$ мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $E = 120$ В. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

11.18. Конденсатор ёмкостью $C_1 = 0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 450$ В, напряжение U на нём изменилось до 400 В. Вычислить ёмкость C_2 второго конденсатора.

11.19. Конденсатор ёмкостью $C_1 = 0,6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и соединён

параллельно со вторым конденсатором электроёмкостью $C_2 = 0,4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150$ В. Найти заряд Δq , перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

11.20. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроёмкость C такой батареи конденсаторов равна 89 пФ. Площадь S каждой пластины равна 100 см^2 . Диэлектрик – стекло. Какова толщина d стекла?

11.21. Конденсатор ёмкости $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, заряженный до напряжения $U = 110 \text{ В}$, подключили параллельно к концам системы из двух последовательно соединённых конденсаторов, ёмкости которых $C_2 = 2 \text{ мкФ}$ и $C_3 = 3 \text{ мкФ}$. Какой заряд протечёт при этом по соединительным проводам?

11.22. Конденсатору, электроёмкость C которого равна 10 пФ, сообщен заряд $q = 1 \text{ пКл}$. Определить энергию W конденсатора.

11.23. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 см, разность потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$. Заряд q каждой пластины равен 10 нКл. Вычислить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

11.24. Какое количество теплоты Q выделится при разряде плоского конденсатора, если разность потенциалов U между пластинами равна 15 кВ, расстояние $d = 1 \text{ мм}$, диэлектрик – слюда и площадь S каждой пластины равна 300 см^2 ?

11.25. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь S каждой пластины равна 200 см^2 . Найти объёмную плотность энергии w электрического поля конденсатора.

11.26. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R = 10 \text{ см}$ каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2 \text{ кВ}$ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5 \text{ см}$?

11.27. Плоский воздушный конденсатор электроёмкостью $C = 1,11 \text{ нФ}$ заряжен до разности потенциалов $U = 300 \text{ В}$. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность

потенциалов U_1 на обкладках конденсатора после их раздвижения;
2) работу A внешних сил по раздвижению пластин.

11.28. Внутри плоского конденсатора находится параллельная обкладкам пластина, толщина которой составляет 0,6 расстояния между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластины $C = 20 \text{ нФ}$. Конденсатор сначала подключили к источнику постоянного напряжения $U = 200 \text{ В}$, затем отключили и после этого медленно извлекли пластину из зазора. Найти работу, совершенную против электрических сил при извлечении пластины, если она: а) металлическая; б) стеклянная.

11.29. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 666 \text{ пФ}$ зарядили до разности потенциалов $U = 1,5 \text{ кВ}$ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 444 \text{ пФ}$. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

11.30. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$ и $C_3 = 3 \text{ мкФ}$ включены в сеть с напряжением $U = 1,1 \text{ кВ}$. Определить энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного соединения; 2) параллельного соединения.

11.31. Электроемкость C плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 600 \text{ В}$ и отключили от источника напряжения. Какую работу A нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Трение пренебрежимо мало.

11.32. Найти энергию W уединенной сферы радиусом $R = 4 \text{ см}$, заряженной до потенциала $\varphi = 500 \text{ В}$.

11.33. Вычислить энергию W электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд $q = 100 \text{ нКл}$, если диаметр d шара равен 20 см.

11.34. Сферическую оболочку радиуса R_1 , равномерно заряженную зарядом q , расширили до радиуса R_2 . Найти работу, совершенную при этом электрическими силами.

11.35. Сферическая оболочка заряжена равномерно с поверхностной плотностью σ . Найти модуль электрической силы на единицу поверхности оболочки.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

§12. Законы постоянного тока

Основные формулы

Сила тока равна

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за малое время dt .

Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за произвольный промежуток времени t .

Плотность тока равна

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \vec{n},$$

где dI – сила тока через малый элемент поперечного сечения проводника, площадь которого равна dS ; $\vec{n}$ – единичный вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных зарядов.

Сопротивление R и проводимость G проводника определяются по формулам

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad G = \frac{1}{R} = \gamma \frac{S}{l},$$

где ρ – удельное сопротивление; γ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников определяется по формулам:

а) при последовательном соединении $R = \sum_{i=1}^N R_i$;

б) при параллельном соединении $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$;

где R_i – сопротивление i -го проводника; N – число проводников.

Закон Ома имеет вид:

а) для однородного участка цепи, не содержащего ЭДС

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка;

б) для неоднородного участка цепи, содержащего ЭДС

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R},$$

где ε – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка, равное сумме внешних и внутренних сопротивлений;

в) для замкнутой (полной) цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление источника.

Законы Кирхгофа состоят в следующем:

1) алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е. $\sum I_i = 0$;

2) в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжения на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в контуре, т.е.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^k \varepsilon_j$$

На основании этих законов можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и ЭДС). Применяя законы Кирхгофа, следует соблюдать следующие правила.

1. Перед составлением уравнений необходимо произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направления обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа считать токи, входящие в узел, положительными, а токи, выходящие из узла, отрицательными. Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа надо считать, что:

а) падение напряжения на участке цепи входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока на данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура, в

противном случае падение напряжения входит в уравнение со знаком минус;

б) ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком минус.

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющих в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном выбранному.

Работа тока dA за малое время dt на однородном участке цепи равна

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt = IU dt .$$

Мощность тока равна

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 R = \frac{U^2}{R} = IU .$$

Закон Джоуля – Ленца имеет вид

$$dQ = I^2 R dt ,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи с сопротивлением R , по которому течет ток I , за малое время dt .

Задачи

12.1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 3$ А в течение времени $t = 10$ с. Определить заряд q , прошедший в проводнике.

12.2. Определить плотность тока j в железном проводнике длиной $l = 10$ м, если провод находится под напряжением $U = 6$ В.

12.3. Напряжение U на шинах электростанции равно 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии $l = 10$ км. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А и потери напряжения в проводах не должны превышать 3 %.

12.4. Вычислить сопротивление R графитового проводника, изготовленного в виде прямого кругового усеченного конуса высотой $h = 20$ см и радиусами оснований $r_1 = 12$ мм и $r_2 = 8$ мм. Температура t проводника равна 20°C .

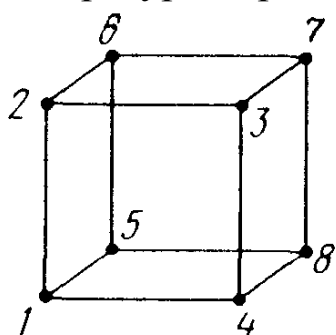


Рис. 12.1

12.5. Найти сопротивление проволочного каркаса, имеющего форму куба (рис. 12.1), при включении его в цепь между точками: а) 1-7; б) 1-2; в) 1-3. Сопротивление каждого ребра каркаса равно R .

12.6. На рис. 2.36 показана

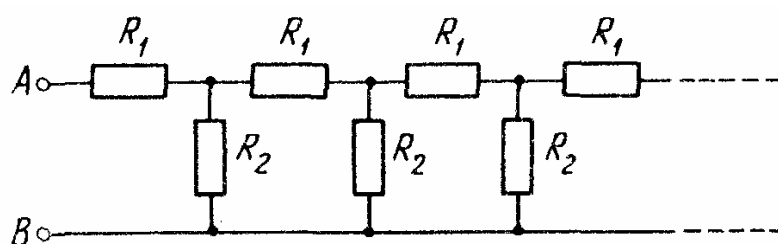


Рис. 12.2

бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена - сопротивлений $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 3$ Ом.

Найти

сопротивление между точками А и В.

12.7. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К зажимам катушки присоединен вольтметр сопротивлением $R_v = 1$ кОм. Показания амперметра $I = 0,5$ А, вольтметра $U = 100$ В. Определить сопротивление R катушки. Сколько процентов от точного значения сопротивления катушки составит погрешность, если не учитывать сопротивления вольтметра?

12.8. Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до $I = 10$ А. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно $0,02$ Ом и сопротивление $R_{ш}$ шунта равно 5 Ом?

12.9. Внутреннее сопротивление r батареи аккумуляторов равно 3 Ом. Сколько процентов от точного значения ЭДС составляет погрешность, если, измеряя разность потенциалов на зажимах батареи вольтметром с сопротивлением $R_v = 200$ Ом, принять её равной ЭДС?

12.10. Амперметр и вольтметр подключили последовательно к батарее с ЭДС $\varepsilon = 6$ В. Если параллельно вольтметру подключить некоторое сопротивление, то показание вольтметра уменьшается в 2 раза, а показание амперметра во столько же раз увеличивается. Найти показание вольтметра после подключения сопротивления.

12.11. К источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 1,5$ В присоединили катушку с сопротивлением $R = 0,1$ Ом. Амперметр показал силу тока, равную $I_1 = 0,5$ А. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока I в той же катушке оказалась равной $0,4$ А. Определить внутренние сопротивления r_1 и r_2 первого и второго источника тока.

12.12. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. ЭДС каждого элемента равна $\varepsilon = 1,2$ В, внутреннее сопротивление $r = 0,2$ Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление $R = 1,5$ Ом. Найти силу тока I во внешней цепи.

12.13. Имеется N одинаковых гальванических элементов с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r каждый. Из этих элементов требуется собрать батарею, состоящую из нескольких параллельных групп, содержащих n последовательно соединенных элементов. При таком значении n сила тока I во внешней цепи, имеющей сопротивление R , будет максимальной? Чему будет равно внутреннее сопротивление $R_{вн}$ батареи при этом значении n ?

12.14. Даны 12 элементов с ЭДС $\varepsilon = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом каждый. Как нужно соединить эти

элементы, чтобы получить от собранной из них батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,3 \text{ Ом}$? Определить максимальную силу тока $I_{\max}$.

12.15. Два элемента ($\varepsilon_1 = 1,2 \text{ В}$, $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $\varepsilon_2 = 0,9 \text{ В}$, $r_2 = 0,3 \text{ Ом}$) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно $0,2 \text{ Ом}$. Определить силу тока I в цепи.

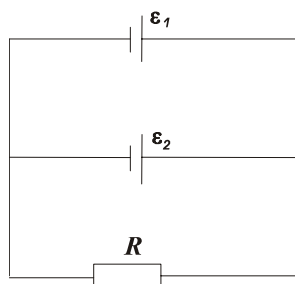


Рис. 12.3

12.16. Две батареи аккумуляторов ($\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$; $\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$) и реостат ($R = 6 \text{ Ом}$) соединены, как показано на рис. 12.3. Найти силу тока в батареях и реостате.

12.17. Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 (электрическая цепь изображена на рис. 12.4) и напряжение U_3 на концах этого резистора, если $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 3 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

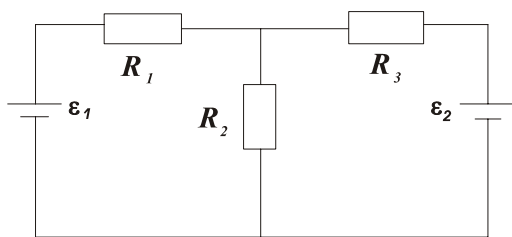


Рис. 12.4

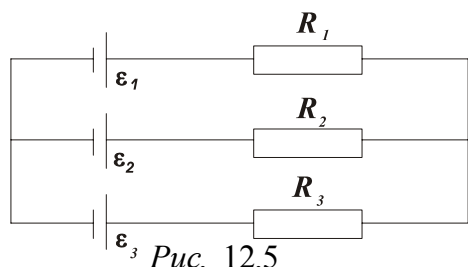


Рис. 12.5

12.18. Три батареи с ЭДС $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 5 \text{ В}$ и $\varepsilon_3 = 10 \text{ В}$ и одинаковыми внутренними сопротивлениями r , равными 1 Ом , соединены между собой одноименными полюсами.

Сопротивление соединительных проводов ничтожно мало. Определить силы токов, текущих через каждую батарею.

12.19. Три источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 11 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ и $\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$ и три реостата с сопротивлениями $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$ и $R_3 = 2 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рис. 12.5. Определить силы токов в реостатах. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало.

12.20. Найти разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками 1 и 2 схемы (рис. 12.6), если $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\varepsilon_1 = 5 \text{ В}$ и $\varepsilon_2 = 2 \text{ В}$. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.

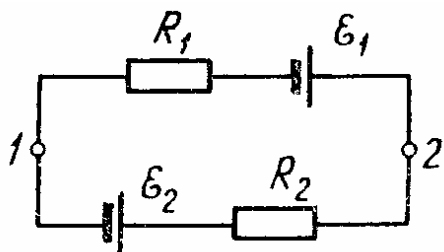


Рис. 12.6

12.21. В схеме (рис. 12.7) $\varepsilon_1 = 1 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 2,5 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между обкладками

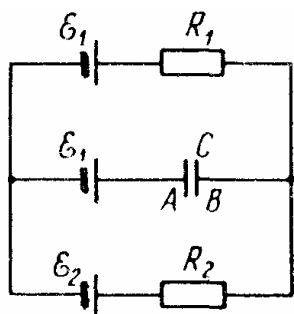


Рис. 12.7

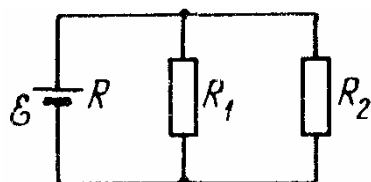


Рис. 12.8

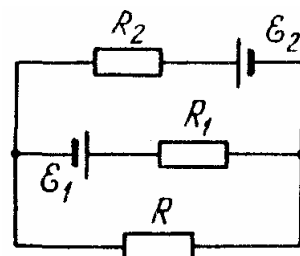


Рис. 12.9

конденсатора C .

12.22. В схеме (рис. 12.8) $\varepsilon = 5 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$. Внутреннее сопротивление источника $R = 0,1 \text{ Ом}$. Найти токи, текущие через сопротивления R_1 и R_2 .

12.23. Найти значение и

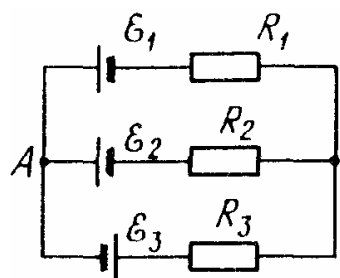


Рис. 12.10

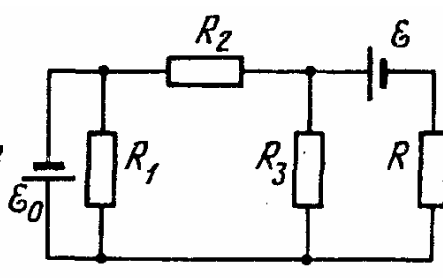


Рис. 12.11

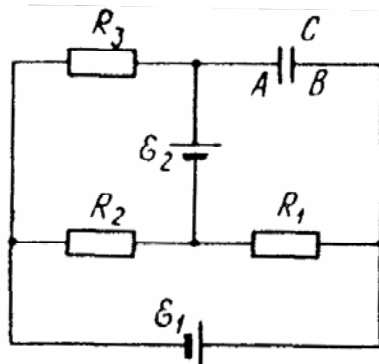


Рис. 12.12

направление тока через резистор с сопротивлением R в схеме (рис. 12.9), если $\varepsilon_1 = 1,5 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 3,7 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R = 5 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

12.24. В схеме (рис. 12.10) $\varepsilon_1 = 1,5 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 2 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 2,5 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти: а) ток через резистор с сопротивлением R_1 ; б) разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками А и В.

12.25. Найти ток через резистор с сопротивлением R в схеме (рис. 12.11). Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

12.26. Найти разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между обкладками конденсатора C схемы (рис. 12.12). Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

12.27. Конденсатор емкости $C = 400$ пФ подключили через сопротивление $R = 650$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Через сколько времени напряжение на конденсаторе станет $U = 0,90 U_0$?

12.28. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120$ Вт. Найти силу тока I в цепи.

12.29. ЭДС батареи аккумуляторов $\varepsilon = 12$ В, сила тока $I_{кз}$ короткого замыкания равна 5 А. Какую наибольшую мощность P_{max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

12.30. К батарее аккумуляторов, ЭДС ε которой равна 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P_{max} , которая при этом выделяется в проводнике.

12.31. ЭДС ε батареи равна 20 В. Сопротивление R внешней цепи равно 2 Ом, сила тока $I = 4$ А. Найти КПД батареи. При каком значении внешнего сопротивления R КПД будет равен 99 %?

12.32. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС ε батареи равна 24 В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80$ Вт. Вычислить силу тока I в цепи и КПД η нагревателя.

12.33. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 15$ мин, если только вторая, то через $t_2 = 30$ мин. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить: а) последовательно; б) параллельно?

12.34. При силе тока $I_1 = 3$ А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18$ Вт, при силе тока $I_2 = 1$ А – соответственно $P_2 = 10$ Вт. Определить ЭДС ε и

внутреннее сопротивление r батареи.

12.35. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 100$ Ом равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 10$ А в течение времени $t = 30$ с. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

12.36. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12$ Ом равномерно убывает от $I_0 = 5$ А до $I = 0$ в течение времени $t = 10$ с. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

12.37. По проводнику сопротивлением $R = 3$ Ом течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q , выделившееся в проводнике за время $\tau = 8$ с, равно 200 Дж. Определить количество электричества Q , протекшее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике была равна нулю.

12.38. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 15$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $\tau = 5$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10$ кДж. Найти среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

12.39. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $\tau = 10$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 1$ кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление R равно 3 Ом.

§13. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах

Основные формулы

Связь плотности тока j со средней скоростью $\langle V \rangle$ упорядоченного движения заряженных частиц имеет вид

$$j = en\langle V \rangle,$$

где e — заряд частицы; n — концентрация заряженных частиц.

Закон Ома в дифференциальной форме записывается в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ – удельная проводимость; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; $\vec{j}$ – плотность тока.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме имеет вид

$$\omega = \gamma E^2,$$

где ω – объемная плотность тепловой мощности.

Законы электролиза Фарадея имеют вид:

1) первый закон

$$m = kq,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда q ; k – электрохимический эквивалент вещества.

2) второй закон

$$k = \frac{M}{F \cdot z},$$

где F – постоянная Фарадея ($F = 96,5$ кКл/моль); M – молярная масса ионов данного вещества; z – валентность ионов.

3) объединенный закон

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{z} q = \frac{1}{F} \frac{M}{z} It,$$

где I – сила тока, проходящего через электролит; t – время, в течение которого шел ток.

Подвижность ионов равна

$$b = \frac{\langle V \rangle}{E},$$

где $\langle V \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения ионов; E – напряженность электрического поля.

Закон Ома в дифференциальной форме для электролитов и газов при самостоятельном разряде в области, далекой от насыщения, имеет вид

$$\vec{j} = qn(b^+ + b^-)\vec{E},$$

где q – заряд иона; n – концентрация ионов; b^+ и b^- – подвижности соответственно положительных и отрицательных ионов.

Плотность тока насыщения равна

$$j_{\text{нас}} = qn_0d,$$

где n_0 – число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени ($n_0 = N/(Vt)$), где N – число пар ионов, создаваемых ионизатором за время t в пространстве между

электродами; V – объем этого пространства); d – расстояние между электродами.

Связь удельной проводимости γ с подвижностью b заряженных частиц (ионов) имеет вид

$$\gamma = qn(b^+ + b^-),$$

где q – заряд иона; n – концентрация ионов; b^+ и b^- – подвижности положительных и отрицательных ионов.

Задачи

13.1. Сила тока I в металлическом проводнике равна 0,8 А, сечение S проводника 4 мм². Принимая, что в каждом кубическом сантиметре металла содержится $n = 2,5 \cdot 10^{22}$ свободных электронов, определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ их упорядоченного движения.

13.2. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов в медном проводнике при силе тока $I = 10$ А и сечении S проводника, равном 1 мм². Принять, что на каждый атом меди приходится два электрона проводимости.

13.3. Плотность тока j в алюминиевом проводе равна 1 А/мм². Найти среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов, предполагая, что число свободных электронов в 1 см³ алюминия равно числу атомов.

13.4. Плотность тока j в медном проводнике равна 3 А/мм². Найти напряженность E электрического поля в проводнике.

13.5. В медном проводнике длиной $l = 2$ м и площадью S поперечного сечения, равной 0,4 мм², течет ток. При этом ежесекундно выделяется количество теплоты $Q = 0,35$ Дж. Сколько электронов N проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника?

13.6. В медном проводнике объемом $V = 6$ см³ при прохождении по нему постоянного тока за время $t = 1$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216$ Дж. Вычислить напряженность E электрического поля в проводнике.

13.7. При силе тока $I = 5$ А за время $t = 10$ мин в электролитической ванне выделилось $m = 1,02$ г двухвалентного металла. Определить его молярную массу.

13.8. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось $m_1 = 3,9$ г цинка, во второй за то же время $m_2 = 2,24$ г железа. Цинк двухвалентен. Определить валентность железа.

13.9. Определить толщину h слоя меди, выделившейся за время $t = 5$ ч при электролизе медного купороса, если плотность тока $j = 80$ А/м².

13.10. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени $\Delta t = 20$ с от $I_0 = 0$ до $I = 2$ А. Найти массу m меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

13.11. В электролитической ванне через раствор прошел заряд $q = 193$ кКл. При этом на катоде выделился металл количеством вещества $\nu = 1$ моль. Определить валентность z металла.

13.12. Определить количество вещества ν и число атомов N двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени $t = 5$ мин шел ток силой $I = 2$ А.

13.13. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см² поверхности электрода за время $t = 5$ мин при плотности тока $j = 10$ А/м²?

13.14. Энергия ионизации атома водорода $E_i = 2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж. Определить потенциал ионизации U_i водорода.

13.15. Какой наименьшей скоростью V_{min} должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации U_i азота равен 14,5 В?

13.16. Какова должна быть температура T атомарного водорода, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения атомов была достаточна для ионизации путем соударений? Потенциал ионизации U_i атомарного водорода равен 13,6 В.

13.17. Посередине между электродами ионизационной камеры пролетела α – частица, двигаясь параллельно электродам, и образовала на своем пути цепочку ионов. Спустя какое время после пролета α – частицы ионы дойдут до электродов, если расстояние d между электродами равно 4 см, разность

потенциалов $U = 5$ кВ и подвижность ионов обоих знаков в среднем $b = 2$ см²/(В·с)?

13.18. Азот ионизируется рентгеновским излучением. Определить проводимость G азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия $n_0 = 10^7$ пар ионов. Подвижность положительных ионов $b^+ = 1,27$ см²/(В·с) и отрицательных $b^- = 1,81$ см²/(В·с).

13.19. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока I , текущего через камеру, равна 1,2 мкА. Площадь S каждого электрода равна 300 см², расстояние между ними $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 100$ В. Найти концентрацию n пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов $b^+ = 1,4$ см²/(В·с) и отрицательных $b^- = 1,9$ см²/(В·с). Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

13.20. Объем V газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, равен 0,5 л. Газ ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока насыщения $I_{нас} = 4$ нА. Сколько пар ионов образуется в 1 с в 1 см³ газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

13.21. Найти силу тока насыщения между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами конденсатора каждую секунду образуется $n_0 = 10^8$ пар ионов, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние d между пластинами конденсатора равно 1 см, площадь S пластины равна 100 см².

13.22. В ионизационной камере, расстояние d между плоскими электродами которой равно 5 см, проходит ток насыщения плотностью $j_{нас} = 16$ мкА/м². Определить число n пар ионов, образующихся в каждом кубическом сантиметре пространства камеры в 1 с.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§14. Магнитное поле постоянного тока

Основные формулы

Закон Био – Савара – Лапласа имеет вид

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \left[d\vec{l} \vec{r} \right] \frac{I}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I ; $\vec{r}$ – радиус–вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой вычисляется магнитная индукция; $d\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине элемента проводника и совпадающий по направлению с током; μ – магнитная проницаемость вещества; μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Модуль вектора dB определяется по формуле

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля имеет вид

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

Магнитная индукция в центре кругового тока равна

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током, равна

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r},$$

где r – расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция; I – сила тока в проводнике.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током, равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где r – расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция; α_1 и α_2 – углы между проводником и отрезками, проведенными из его концов в точку наблюдения.

Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части, равна

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

где n – число витков, приходящееся на единицу длины соленоида; I – сила тока в соленоиде.

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция результирующего поля $\vec{B}$ равна векторной сумме магнитных индукций $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_N$ складываемых полей, то есть

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i.$$

Задачи

14.1. Напряженность H магнитного поля равна 79,6 кА/м. Определить магнитную индукцию B_0 этого поля в вакууме.

14.2. Магнитная индукция B поля в вакууме равна 10 мТл. Найти напряженность поля.

14.3. Вычислить напряженность H магнитного поля, если его индукция в вакууме $B_0 = 0,05$ Тл.

14.4. Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому течет ток $I = 10$ А. Радиус r кольца равен 5 см.

14.5. По круговому витку радиуса $R = 100$ мм из тонкого провода циркулирует ток $I = 1,00$ А. Найти магнитную индукцию: а) в центре витка; б) на оси витка на расстоянии $h = 100$ мм от его центра.

14.6. По обмотке очень короткой катушки радиусом $r = 16$ см течет ток $I = 5$ А. Сколько витков N проволоки намотано на катушку, если напряженность H магнитного поля в её центре равна 800 А/м?

14.7. При какой силе тока I , текущего по тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 0,2$ м, магнитная индукция B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние

$r = 0,3$ м, станет равной 20 мкТл?

14.8. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0,5$ мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова напряженность H магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 4$ А? Толщиной изоляции пренебречь.

14.9. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на расстояние $r = 5$ см от проводника.

14.10. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии $r = 5$ см один от другого. По проводам текут в противоположных направлениях одинаковые токи $I = 10$ А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.

14.11. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5 см. По проводам в одном направлении текут одинаковые токи $I = 30$ А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.

14.12. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $I_1 = 50$ А и $I_2 = 100$ А в противоположных направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25$ см от первого и на $r_2 = 40$ см от второго провода.

14.13. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10$ см.

14.14. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу течет ток $I = 100$ А. Вычислить магнитную индукцию B в двух точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на $a = 10$ см.

14.15. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому по углом $\alpha = 120^\circ$, течет ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию B в двух точках, лежащих на биссектрисе угла и

удаленных от вершины на расстоянии $a = 5$ см.

14.16. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток $I = 40$ А. Длина a стороны треугольника равна 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

14.17. По контуру в виде квадрата идет ток $I = 50$ А. Длина a стороны квадрата равна 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

14.18. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток $I = 60$ А. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30$ см и $b = 40$ см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

14.19. Тонкий провод изогнут в виде правильного шестиугольника. Длина d стороны шестиугольника равна 10 см. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника, если по проводу течет ток $I = 25$ А.

14.20. По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной a стороны, равной 20 см, течет ток $I = 100$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре шестиугольника. Для сравнения определить напряженность H_0 поля в центре кругового провода, совпадающего с окружностью, описанной около данного шестиугольника.

14.21. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

14.22. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случаях a – $г$, изображенных на рисунке 14.1

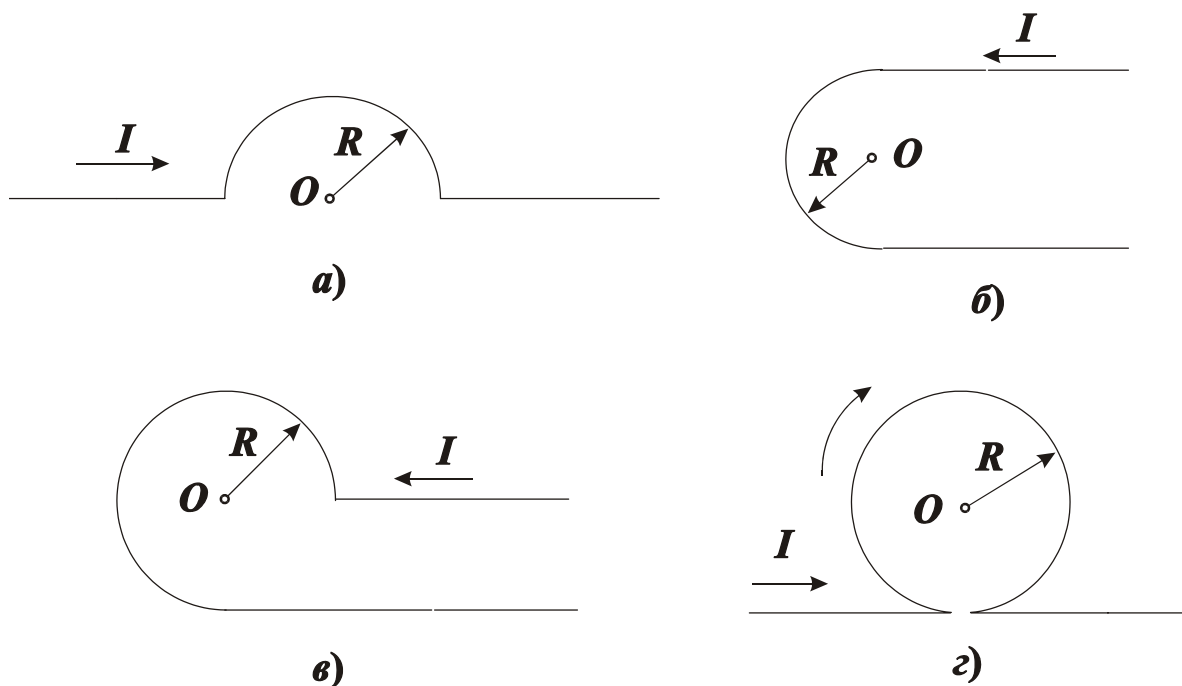


Рис. 14.1

14.23. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53$ пм. Вычислить силу эквивалентного кругового тока I и напряженность H магнитного поля в центре окружности.

14.24. Определить максимальную магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном, движущимся прямолинейно со скоростью $v = 10$ Мм/с, в точке, отстоящей от траектории на расстоянии $d = 1$ нм.

14.25. На расстоянии $r = 10$ нм от траектории прямолинейно движущегося электрона максимальное значение магнитной индукции $B_{max} = 160$ мкТл. Определить скорость v электрона.

14.26. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью $v = 300$ км/с. Найти отношение сил магнитного и электрического взаимодействия данных протонов.

§15. Силы, действующие на электрические заряды и проводники с током в магнитном поле

Основные формулы

Закон Ампера, определяющий силу, действующую на проводник с током в магнитном поле, имеет вид

$$\vec{F} = I[\vec{l}\vec{B}],$$

где I – сила тока в проводнике; $\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине проводника и совпадающий по направлению с током; $\vec{B}$ – индукция магнитного поля.

Модуль силы Ампера равен

$$F = IBl \sin \alpha ,$$

где α – угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции.

Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому его элементу $d\vec{l}$ в отдельности, причем сила Ампера, действующая на данный элемент проводника, равна

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}].$$

Сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле, равна

$$\vec{F} = q[\vec{V}\vec{B}].$$

Модуль силы Лоренца равен

$$F = |q|VB \sin \alpha ,$$

где q – величина заряда; V – его скорость; B – индукция магнитного поля; α – угол между вектором скорости и вектором магнитной индукции.

Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 , находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной l , выражается формулой

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l .$$

Магнитный момент плоского контура с током равен

$$\vec{p}_m = I\vec{S} ,$$

где I – сила тока в контуре; $\vec{S}$ – вектор, равный по модулю

площади, охватываемой контуром, и совпадающий по направлению с нормалью к его плоскости, причем направление нормали определяется правилом буравчика.

Механический момент $\vec{M}$, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, равен

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}].$$

Модуль механического момента равен

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле равна

$$П_{\text{мех}} = \vec{p}_m \vec{B} = p_m B \cos \alpha.$$

Задачи

15.1. Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому течет ток $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Найти угол α между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила $F = 10$ мН.

15.2. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 1$ кА. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

15.3. Тонкий провод в виде дуги, составляющей треть кольца радиусом $R = 15$ см, находится в однородном магнитном поле ($B = 20$ мТл). По проводу течет ток $I = 30$ А. Плоскость, в которой лежит дуга, перпендикулярна линиям магнитной индукции, и подводящие провода находятся вне поля. Определить силу F , действующую на провод.

15.4. По тонкому проводу в виде кольца радиусом $R = 20$ см течет ток $I = 100$ А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл. Найти силу F , растягивающую кольцо.

15.5. Двухпроводная линия состоит из длинных параллельных прямых проводов, находящихся на расстоянии

$d = 4\text{ мм}$ друг от друга. По проводам текут одинаковые токи $I = 50\text{ А}$. Определить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины провода.

15.6. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $l = 2\text{ м}$ каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20\text{ см}$. Определить силу F взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток $I = 10\text{ кА}$.

15.7. По двум параллельным проводам длиной $l = 1\text{ м}$ каждый текут одинаковые токи. Расстояние d между проводами равно 1 см . Токи взаимодействуют с силой $F = 1\text{ мН}$. Найти силу тока I в проводах.

15.8. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10\text{ см}$ друг от друга, текут одинаковые токи $I = 100\text{ А}$. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F , действующую на отрезок длиной $l = 1\text{ м}$ каждого провода.

15.9. По витку радиусом $r = 5\text{ см}$ течет ток $I = 10\text{ А}$. Определить магнитный момент p_m кругового тока.

15.10. Очень короткая катушка содержит $N = 1000$ витков тонкого провода. Катушка имеет квадратное сечение со стороной длиной $a = 10\text{ см}$. Найти магнитный момент p_m катушки при силе тока $I = 1\text{ А}$.

15.11. Магнитный момент p_m витка равен $0,2\text{ Дж/Тл}$. Определить силу тока I в витке, если его диаметр $d = 10\text{ см}$.

15.12. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 200 А/м . Магнитный момент p_m витка равен $1\text{ А}\cdot\text{м}^2$. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

15.13. По кольцу радиусом R течет ток. На оси кольца на расстоянии $d = 1\text{ м}$ от его плоскости магнитная индукция $B = 10\text{ нТл}$. Определить магнитный момент p_m кольца с током. Считать R много меньшим d .

15.14. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53\text{ пм}$. Вычислить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока и механический момент M , действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого

параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл.

15.15. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов p_m и L .

15.16. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если стержень имеет массу $m = 12$ г.

15.17. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет заряд $q = 10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Найти: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m кольца равна 10 г.

15.18. Диск радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q = 0,2$ мкКл. Диск равномерно вращается с частотой $n = 20$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m диска равна 100 г.

15.19. Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2$ кА/м. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением поля. По витку течет ток $I = 4$ А. Найти механический момент M , действующий на виток.

15.20. Медный провод сечением $S = 2,5$ мм², согнутый в виде трех сторон квадрата, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси OO' (рис. 15.1). Провод находится в

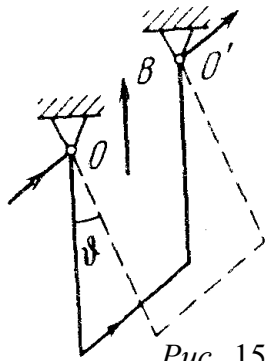


Рис. 15.1

однородном вертикально направленном магнитном поле. Найти индукцию поля, если при пропускании по данному проводу тока $I = 16$ А угол отклонения $\theta = 20^\circ$.

15.21. Рамка гальванометра длиной $a = 4$ см и шириной $b = 1,5$ см, содержащая $N = 200$ витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл.

Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти: 1) механический момент M , действующий на рамку, когда по витку течет ток $I = 1$ мА; 2) магнитный момент p_m рамки при этом токе.

15.22. Короткая катушка площадью S поперечного сечения, равной 150 см^2 , содержит $N = 200$ витков провода, по которому течет ток $I = 4$ А. Катушка помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 8$ кА/м. Определить магнитный момент p_m катушки, а также вращающий момент M , действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями индукции.

15.23. Определить силу Лоренца F , действующую на электрон, влетевший со скоростью $v = 4$ Мм/с в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям индукции. Магнитная индукция B поля равна $0,2$ Тл.

15.24. Вычислить радиус R дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл, если скорость v протона равна 2 Мм/с.

15.25. Двукратно ионизированный атом гелия (α -частица) движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м по окружности радиусом $R = 10$ см. Найти скорость v α -частицы.

15.26. Ион, несущий один элементарный заряд, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,015$ Тл по окружности радиусом $R = 10$ см. Определить импульс p иона.

15.27. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Определить момент импульса L , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом $R = 0,2$ см.

15.28. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить кинетическую энергию T электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

15.29. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R .

15.30. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,52$ Тл. Найти отношение q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом $R = 4$ см. По этому отношению определить, какая это частица.

15.31. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15,1$ мТл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить отношение q/m заряда частицы к ее массе и скорость v частицы.

15.32. Заряженная частица с энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Найти силу F , действующую на частицу со стороны поля.

15.33. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F , действующую на электрон со стороны поля, если радиус R кривизны траектории равен $0,5$ см.

15.34. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10$ кА/м. Вычислить период T вращения электрона.

15.35. Определить частоту n вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, индукция B которого равна $0,2$ Тл.

15.36. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса m_1 которого равна 12 а.е.м., описал дугу окружности радиусом $R_1 = 4$ см. Определить массу m_2 другого иона, который описал дугу окружности радиусом $R_2 = 6$ см.

15.37. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные

массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2,5$ см. Найти отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

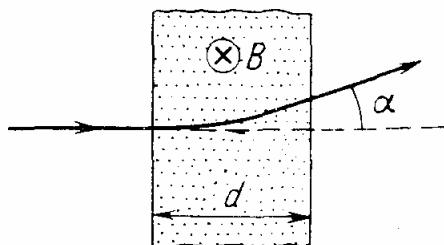


Рис. 15.2

15.38. Протон, ускоренный разностью потенциалов $U = 500$ кВ, пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,51$ Тл. Толщина области с полем $d = 10$ см (рис. 15.2). Найти угол α отклонения протона от первоначального направления движения.

15.39. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл движется электрон по винтовой линии. Определить скорость v электрона, если шаг h винтовой линии равен 20 см, а радиус $R = 5$ см.

15.40. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 9$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 7,8$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

15.41. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определить кинетическую энергию T протона.

15.42. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 16$ кА/м со скоростью $v = 8$ Мм/с. Вектор скорости составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

15.43. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью $v = 0,8c$ (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция B поля равна 0,01 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях: 1) не учитывая увеличение массы со скоростью; 2) учитывая это увеличение.

15.44. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,1$ Тл возбуждено электрическое поле напряженностью

$E = 100$ кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

15.45. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 800$ В, влетает в однородные, скрещенные под прямым углом магнитное ($B = 50$ мТл) и электрическое поля. Определить напряженность E электрического поля, если протон движется в скрещенных полях прямолинейно.

15.46. Протон влетает со скоростью $v = 100$ км/с в область пространства, где имеются электрическое ($E = 210$ В/м) и магнитное ($B = 3,3$ мТл) поля. Напряженность E электрического поля и магнитная индукция B магнитного поля совпадают по направлению. Определить ускорение протона для начального момента движения в поле, если направление вектора его скорости V : 1) совпадает с общим направлением векторов E и B ; 2) перпендикулярно этому направлению.

15.47. Пучок протонов проходит, не отклоняясь, через область, в которой созданы однородные поперечные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E = 120$ кВ/м и $B = 50$ мТл. Затем пучок попадает на заземленную мишень. Найти силу, с которой пучок действует на мишень, если ток в пучке $I = 0,80$ мА.

§16. Электромагнитная индукция. Энергия магнитного поля

Основные формулы

Магнитный поток Φ через плоский контур площадью S равен:

а) в случае однородного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где α — угол между вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$;

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности S .

Потокосцепление, то есть полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками контура, равно

$$\Psi = N\Phi,$$

где N – число витков контура, Φ – магнитный поток сквозь один виток.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в постоянном магнитном поле равна

$$A = I\Delta\Phi,$$

где I – сила тока в контуре; $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограничивающую контур.

Основной закон электромагнитной индукции имеет вид

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

а) разность потенциалов U на концах проводника длиной l , движущегося со скоростью V в однородном магнитном поле с индукцией B , равна

$$U = BlV \sin \alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов скорости и индукции магнитного поля;

б) электродвижущая сила индукции, возникающая в рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле, равна

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t,$$

где N – число витков в рамке; B – индукция поля; S – площадь одного витка; ω – угловая скорость вращения рамки; t – время.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении потокосцепления $\Delta\Psi$, равен

$$q = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

где R – сопротивление контура.

Индуктивность контура равна

$$L = \frac{\Psi}{I},$$

где I – сила тока в контуре; Ψ – потокосцепление самоиндукции.

Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем, определяется по формуле

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида равна

$$L = \mu \mu_0 n^2 V,$$

где n – число витков соленоида на единице его длины; V – объём соленоида; μ – магнитная проницаемость среды внутри соленоида, которую можно определить из соотношения $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L , равно:

а) после замыкания цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-(R/L)t}),$$

где ε – электродвижущая сила источника;

б) после размыкания цепи

$$I = I_0 e^{-(R/L)t},$$

где I_0 – начальное значение силы тока в цепи.

Энергия магнитного поля, создаваемого током I в замкнутом контуре с индуктивностью L , определяется по формуле

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля равна

$$\omega = \frac{BH}{2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu \mu_0}.$$

Задачи

16.1. Найти магнитный поток Φ , создаваемый соленоидом сечением $S = 10 \text{ см}^2$, если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 20 \text{ А}$.

16.2. Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2 , находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04 \text{ Тл}$. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции.

16.3. Соленоид длиной $l = 1 \text{ м}$ и сечением $S = 16 \text{ см}^2$

содержит $N = 2000$ витков. Вычислить потокосцепление Ψ при силе тока I в обмотке 10 А .

16.4. Плоская квадратная рамка со стороной $a = 20\text{ см}$ лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток $I = 100\text{ А}$. Рамка расположена так, что ближайшая к проводу сторона параллельна ему и находится на расстоянии $l = 10\text{ см}$ от провода. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

16.5. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01\text{ Тл}$ находится прямой провод длиной $l = 8\text{ см}$, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течет ток $I = 2\text{ А}$. Под действием сил поля провод переместился на расстояние $S = 5\text{ см}$. Найти работу A сил поля.

16.6. Плоский контур, площадь S которого равна 300 см^2 , находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01\text{ Тл}$. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток $I = 10\text{ А}$. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

16.7. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной длиной $a = 10\text{ см}$, течет ток $I = 20\text{ А}$, сила которого поддерживается неизменной. Плоскость квадрата составляет угол $\alpha = 20^\circ$ с линиями индукции однородного магнитного поля ($B = 0,1\text{ Тл}$). Вычислить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить провод за пределы поля.

16.8. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода, радиусом $R = 10\text{ см}$, течет ток $I = 100\text{ А}$. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией $B = 0,1\text{ Тл}$ по направлению, совпадающему с индукцией B_1 собственного магнитного поля кольца. Определить работу A внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом поддерживалась неизменной. Работой против упругих сил пренебречь.

16.9. Виток, по которому течет ток $I = 20\text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016\text{ Тл}$. Диаметр d витка равен 10 см . Определить работу A , которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол

$\alpha = \pi/2$ относительно оси, совпадающей с диаметром.

16.10. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см, по которой течет ток $I = 200$ А, свободно установилась в однородном магнитном поле ($B = 0,2$ Тл). Определить работу, которую необходимо совершить при повороте рамки вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол $\alpha = 2\pi/3$.

16.11. Магнитный поток $\Phi = 40$ мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение электродвижущей силы индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$, возникающей в контуре, если магнитный поток изменится до нуля за время $\Delta t = 2$ мс.

16.12. Прямой провод длиной $l = 40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов U между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию B магнитного поля.

16.13. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл находится прямой провод длиной $l = 20$ см, концы которого замкнуты вне поля. Сопротивление R всей цепи равно 0,1 Ом. Найти силу F , которую нужно приложить к проводу, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $V = 2,5$ м/с.

16.14. Прямой провод длиной $l = 10$ см помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл. Концы его замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление R всей цепи равно 0,4 Ом. Какая мощность P потребуется для того, чтобы двигать провод перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 20$ м/с?

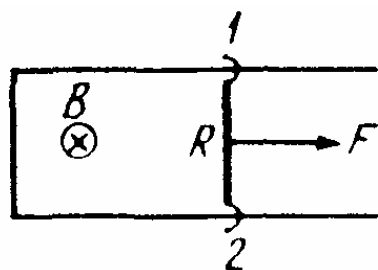


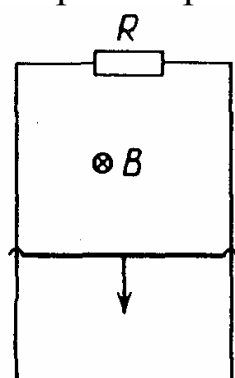
Рис. 16.1

16.15. По П-образному проводнику, расположенному в горизонтальной плоскости, может скользить без трения перемычка 12 (рис. 16.1). Она имеет длину l , массу m и сопротивление R . Вся система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t = 0$ на перемычку стали действовать постоянной горизонтальной силой F , и перемычка начала перемещаться вправо. Найти

скорость переключки как функцию времени. Магнитное поле индукционного тока и сопротивление П-образного проводника пренебрежимо малы.

16.16. К источнику тока с электродвижущей силой $\mathcal{E} = 0,5$ В и ничтожно малым внутренним сопротивлением присоединены два металлических стержня, расположенные горизонтально и параллельно друг другу. Расстояние l между стержнями равно 20 см. Стержни находятся в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Магнитная индукция $B = 1,5$ Тл. По стержням под действием сил поля скользит со скоростью $V = 1$ м/с прямолинейный провод сопротивлением $R = 0,02$ Ом. Сопротивление стержней пренебрежимо мало. Определить: 1) электродвижущую силу индукции $\mathcal{E}_i$; 2) силу F , действующую на провод со стороны поля; 3) силу тока I в цепи; 4) мощность P_1 , расходуемую на движение провода; 5) мощность P_2 , расходуемую на нагревание провода; 6) мощность P_3 , отдаваемую в цепь источника тока.

16.17. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,4$ Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения $n = 16$ с⁻¹.



16.18. По двум гладким вертикальным проводам, отстоящим друг от друга на расстояние l , скользит под действием силы тяжести проводник-переключка массы m . Вверху провода замкнуты на сопротивление R (рис. 16.2). Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном плоскости, в которой перемещается переключка. Пренебрегая сопротивлением проводов, переключки и скользящих контактов, а также магнитным полем индукционного тока, найти установившуюся скорость переключки.

16.19. Система отличается от рассмотренной в предыдущей задаче (см. рис. 16.2) лишь тем, что вместо сопротивления R к концам вертикальных проводов подключен конденсатор емкости

С. Найти ускорение перемены.

16.20. Металлический диск радиуса $R = 25$ см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 130$ рад/с вокруг его оси. Найти разность потенциалов между центром и ободом диска, если: а) внешнего магнитного поля нет; б) имеется перпендикулярное диску внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 5,0$ мТл.

16.21. Непроводящее тонкое кольцо массы m , имеющее заряд q , может свободно вращаться вокруг своей оси. В момент $t = 0$ включили однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости кольца. Индукция поля начала нарастать по некоторому закону $B(t)$. Найти угловую скорость ω кольца как функцию B .

16.22. Рамка площадью $S = 200$ см² равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,2$ Тл). Каково среднее значение электродвижущей силы индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения?

16.23. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,35$ Тл равномерно с частотой $n = 480$ с⁻¹ вращается рамка, содержащая $N = 500$ витков площадью $S = 50$ см². Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную электродвижущую силу индукции $\varepsilon_{\max}$, возникающую в рамке.

16.24. Рамка площадью $S = 100$ см² содержит $N = 10^3$ витков провода сопротивлением $R_1 = 12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_2 = 20$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл) с частотой $n = 8$ с⁻¹. Определить максимальную мощность $P_{\max}$ переменного тока в цепи.

16.25. Магнитная индукция B поля между полюсами двухполюсного генератора равна $0,8$ Тл. Ротор имеет $N = 100$ витков площадью $S = 400$ см². Определить частоту n вращения якоря, если максимальное значение электродвижущей силы индукции $\varepsilon_{\max} = 200$ В.

16.26. Проволочный виток радиусом $r = 4$ см, имеющий сопротивление $R = 0,01$ Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями индукции поля. Какое количество электричества q протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

16.27. Проволочное кольцо радиусом $r = 10$ см лежит на столе. Какое количество электричества q протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление R кольца равно 1 Ом. Вертикальная составляющая индукции B магнитного поля Земли равна 50 мкТл.

16.28. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. По цепи протекло количество электричества $q = 10$ мкКл. Определить магнитный поток Φ , пересеченный кольцом, если сопротивление R цепи гальванометра равно 30 Ом.

16.29. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям индукции. Катушка сопротивлением $R_1 = 4$ Ом имеет $N = 15$ витков площадью $S = 2$ см². Сопротивление R_2 гальванометра равно 46 Ом. Когда ток в обмотке электромагнита выключили, по цепи гальванометра протекло количество электричества $q = 90$ мкКл. Вычислить магнитную индукцию B поля электромагнита.

16.30. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,01$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь S рамки равна 100 см². Найти, какое количество электричества q протечет через рамку за время поворота ее на угол $\alpha = 30^\circ$ в следующих трех случаях: 1) от $\alpha_0 = 0$ до $\alpha_1 = 30^\circ$; 2) от α_1 до $\alpha_2 = 60^\circ$; 3) от $\alpha_3 = 90^\circ$.

16.31. Тонкий медный провод массой $m = 1$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,1$ Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить количество электричества q , которое протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

16.32. По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи

провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,02 \text{ Ом}$. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода соответственно равны $a_1 = 10 \text{ см}$, $a_2 = 20 \text{ см}$. Найти силу тока I в проводе, если при его включении через рамку протекло количество электричества $q = 693 \text{ мкКл}$.

16.33. По катушке индуктивностью $L = 0,03 \text{ мГн}$ течет ток $I = 0,6 \text{ А}$. При размыкании цепи сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t = 120 \text{ мкс}$. Определить среднюю электродвижущую силу самоиндукции $\langle \varepsilon_{is} \rangle$, возникающую в контуре.

16.34. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на $\Delta I = 0,1 \text{ А}$ в 1 с . Индуктивность L катушки равна $0,01 \text{ Гн}$. Найти среднее значение электродвижущей силы самоиндукции $\langle \varepsilon_{is} \rangle$.

16.35. Индуктивность L катушки равна 2 мГн . Ток частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$, протекающий по катушке, изменяется по синусоидальному закону. Определить среднюю электродвижущую силу самоиндукции $\langle \varepsilon_{is} \rangle$, возникающую за интервал времени Δt , в течение которого ток в катушке изменяется от минимального до максимального значения. Амплитудное значение силы тока $I_0 = 10 \text{ А}$.

16.36. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N_1 = 750$ витков и индуктивность $L_1 = 25 \text{ мГн}$. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 36 \text{ мГн}$, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Определить число N_2 витков катушки после перемотки.

16.37. Соленоид индуктивностью $L = 4 \text{ мГн}$ содержит $N = 600$ витков. Определить магнитный поток Φ , если сила тока I , протекающего по обмотке, равна 12 А .

16.38. Индуктивность L катушки без сердечника равна $0,02 \text{ Гн}$. Какое потокоцепление Ψ создается, когда по обмотке течет ток $I = 5 \text{ А}$?

16.39. Длинный прямой соленоид, намотанный на немагнитный каркас, имеет $N = 1000$ витков и индуктивность

$L = 3$ мГн. Какой магнитный поток Φ и какое потокоцепление ψ создает соленоид при силе тока $I = 1$ А?

16.40. В цепи шел ток $I_0 = 50$ А. Источник тока можно отключить от цепи, не разрывая ее. Определить силу тока в этой цепи через $t = 0,01$ с после отключения ее от источника тока. Сопротивление R цепи равно 20 Ом, ее индуктивность $L = 0,1$ Гн.

16.41. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 1$ Гн. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 0,9 предельного значения?

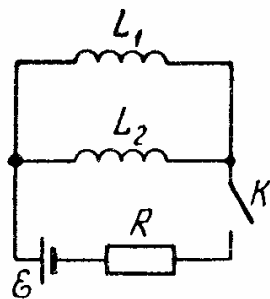


Рис. 16.2

16.42. В схеме (рис. 2.104) известны ЭДС ε источника, сопротивление R и индуктивности катушек L_1 и L_2 . Внутреннее сопротивление источника и сопротивления катушек пренебрежимо малы. Найти установившиеся токи в катушках после замыкания ключа К.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные

Нормальное ускорение свободного падения.....	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная.....	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро.....	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная.....	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_m = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана.....	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Фарадея.....	$F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Элементарный заряд	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Удельный заряд электрона.....	$e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Скорость света в вакууме.....	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана–Больцмана.....	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная закона смещения Вина.....	$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга.....	$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты.....	$a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона.....	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора.....	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Энергия ионизации атома водорода.....	$E_i = 2,16 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$
Атомная единица массы.....	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Ядерный магнетон.....	$\mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$

2. Диэлектрическая проницаемость ε

Вода.....	81
Масло (трансформаторное).....	2,2
Парафин.....	2,0
Слюда	7,0
Стекло.....	7,0
Фарфор.....	5,0
Эбонит	3,0

3. Показатели преломления n

Алмаз.....	2,42
Вода.....	1,33
Масло коричное.....	1,60
Сероуглерод.....	1,63
Стекло.....	1,50

4. Плотность ρ твердых тел и жидкостей (г/см³)

Твердые тела

Алюминий.....	2,70
Висмут.....	9,80
Вольфрам.....	19,3
Железо (чугун, сталь).....	7,87
Золото.....	19,3
Каменная соль.....	2,20
Латунь.....	8,55
Марганец.....	7,40
Медь.....	8,93
Никель.....	8,80
Платина.....	21,4
Свинец.....	11,3
Серебро.....	10,5
Уран.....	18,7

Жидкости (при 15°C)

Вода (дистиллированная при 4 °C).....	1,00
Глицерин.....	1,26
Керосин.....	0,8
Масло (оливковое, смазочное).....	0,9
Масло касторовое.....	0,96
Ртуть.....	13,6
Сероуглерод.....	1,26
Спирт.....	0,8

5. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент α проводников

Вещество	ρ при 20 °C, нОм·м	α , °C ⁻¹
Железо	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Алюминий	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

6. Работа выхода электронов из металла

Металл	A , эВ	$A \cdot 10^{-19}$, Дж
Калий	2,2	3,5
Литий	2,3	3,7
Натрий	2,5	4,0
Платина	6,3	10,1
Серебро	4,7	7,5
Цинк	4,0	6,4

Задачи по физике.

Учебное пособие к практическим занятиям и выполнению индивидуальных домашних заданий по физике

Составители: Анатолий Вячеславович Благин,
Тигран Амлетович Аскарян,
Александр Иванович Попов.

Формат 60×84 1/16. Печать оперативная. Бумага тип. №2. Усл. п. л. 4 .
Тираж 50 экз. С 64.

Южно-Российский государственный технический университет
(Новочеркасский политехнический институт).

Адрес ун - та : 346428, Новочеркасск, ул. Просвещения, 132.

Типография АО “Информбюро”.

Адрес типографии :

347340, Ростовская обл., г. Волгодонск, Ленина, 73/94.