

ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический
университет"

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к решению задач и выполнению контрольной работы № 1
по физике для студентов всех технических направлений
подготовки заочной сокращённой формы обучения**

Воронеж 2012

Составители: канд. физ.–мат. наук А.Г. Москаленко, канд. техн. наук М.Н. Гаршина, канд. физ.-мат. наук И.А. Сафонов, канд. физ.-мат. наук Т.Л. Тураева

УДК 531 (07)

Методические указания к решению задач и выполнению контрольной работы № 1 по физике для студентов всех технических направлений подготовки заочной сокращённой формы обучения / ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А.Г. Москаленко, М.Н. Гаршина, И.А. Сафонов, Т.Л. Тураева. Воронеж, 2012. 47 с.

Методические указания содержат основные формулы, примеры решения задач, таблицы вариантов контрольных заданий по разделам: механика, молекулярная физика и термодинамика.

Предназначены для студентов первого курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе MS Word 2003 и содержатся в файле Физика 3О. КР №1.docx.

Табл. 4 . Ил. 16. Библиогр.: 8 назв.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. Е.В. Шведов

Ответственный за выпуск зав. кафедрой канд. физ.-мат. наук, проф. Т.Л. Тураева

© ФГБОУ ВПО «Воронежский
государственный технический
университет», 2012

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ СОКРАЩЁННОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

1. Контрольные работы необходимо выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести сведения по следующему образцу:

**Контрольная работа №1
по физике студента ФВЗО, группы РК-031
Шифр251021
Иванова И.И.**

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов в соответствии с последним номером зачётной книжки (шифром).

3. Условия задач в контрольной работе надо переписывать полностью без сокращений.

4. Решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями. В тех случаях, когда это возможно, даётся чертёж.

5. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условиях задачи.

6. Все вычисления следует проводить в единицах СИ с соблюдением правил приближённых вычислений.

7. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить её на повторную рецензию, включив в неё те задачи, решение которых оказалось неверным.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1. Основные законы и формулы

1. Скорость движения материальной точки

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt} ,$$

где x, y, z – координаты точки, $\vec{r}$ – радиус–вектор.

Модуль скорости

$$v = \frac{dS}{dt} ,$$

где S – путь пройденный точкой.

2. Ускорение движения материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} .$$

Нормальная и тангенциальная составляющие ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} , \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} .$$

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} .$$

3. Путь, пройденный материальной точкой,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v dt .$$

4. Угловая скорость и угловое ускорение вращательного движения твердого тела

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} , \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} .$$

5. Связь между линейными и угловыми величинами при вращении тела

$$v = \omega R, \quad a_n = \omega^2 R, \quad a_\tau = \varepsilon R.$$

6. Основное уравнение динамики материальной точки и поступательного движения твердого тела

$$m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – равнодействующая всех сил, приложенных к телу,

$\vec{P} = m\vec{v}$ – импульс.

7. Работа и мощность переменной силы

$$A = \int_{S_1}^{S_2} F_s dS, \quad N = \frac{dA}{dt} = (\vec{F}_1, \vec{v}).$$

8. Связь между силой и потенциальной энергией частицы во внешнем поле сил

$$\vec{F} = - \left(\vec{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial U}{\partial z} \right).$$

9. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad M_z = J\varepsilon_z,$$

где J – момент инерции тела, $L = J\omega$ – момент импульса, M – момент внешних сил.

10. Момент инерции твердого тела

$$J = \int r^2 dm.$$

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J – момент инерции тела относительно произвольной оси, J_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через

центр инерции тела параллельно заданной оси, a – расстояние между осями.

11. Кинетическая энергия и работа внешних сил при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси

$$T = \frac{J\omega^2}{2}, \quad A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z d\varphi.$$

12. Потенциальная энергия

а) упругодеформированной пружины $U = \frac{kx^2}{2};$

б) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести $U = mgh.$

13. Закон сохранения механической энергии для замкнутой и консервативной системы

$$E = T + U = \text{const.}$$

14. Аналогия между формулами поступательного и вращательного движения

Поступательное движение

$$v = v_0 \pm at$$

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$P_x = m v_x$$

$$\frac{dP_x}{dt} = F_x$$

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

$$A = \int_0^S F_S dS$$

Вращательное движение

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$M = J \varepsilon$$

$$L_z = J_z \omega$$

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

$$T = \frac{J\omega^2}{2}$$

$$A = \int_0^\varphi M_z d\varphi$$

1.2. Примеры решения задач

Задача 1. Движение частицы в плоскости ХУ описывается кинематическими уравнениями: $x = At$; $y = At(1 - Bt)$, где А и В – константы.

Определить: 1) уравнение траектории $y = f(x)$; 2) векторы скорости, ускорения и их численные значения; 3) вектор средней скорости за первые τ секунд движения и его модуль.

Решение

1) Для нахождения уравнения траектории движения частицы необходимо исключить параметр t из кинематических уравнений:

$$y = x - \frac{Bx^2}{A}.$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение параболы.

2) Вектор скорости частицы в момент времени t определяется выражением:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j},$$

где $\vec{i}, \vec{j}$ - единичные векторы вдоль осей Х и У, а v_x и v_y - проекции вектора скорости на соответствующие оси.

Дифференцируя уравнения (1) по времени, получим:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = A; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = A - 2ABt$$

и, следовательно, $\vec{v} = A\vec{i} + (A - 2ABt)\vec{j}$.

Модуль вектора скорости равен

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = A\sqrt{2(1 - 2Bt + 2B^2t^2)}.$$

Вектор ускорения представляет собой первую производную от вектора скорости

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j},$$

где $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$, $a_y = \frac{dv_{yx}}{dt} = -2AB$.

Следовательно,

$$\vec{a} = a_y \vec{j} = -2AB \vec{j}$$

Знак «-» в полученном выражении свидетельствует о том, что ускорение направлено в сторону, противоположную оси Y.

Модуль ускорения равен

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 2AB$$

3) Вектор средней скорости определяется выражением

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j},$$

где $\Delta t = t - t_0 = \tau$, поскольку $t_0 = 0$, $\Delta x = x - x_0 = A\tau$;

$$\Delta y = y - y_0 = A\tau(1 - B\tau)$$

Окончательно,

$$\langle \vec{v} \rangle = A\vec{i} + A\tau(1 - B\tau)\vec{j};$$

$$|\langle \vec{v} \rangle| = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2} = A\sqrt{1 + (1 - B\tau)^2}.$$

Задача 2. Маховик, вращающийся с постоянной частотой $n_0 = 10 \text{ об/с}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, частота вращения оказалась равной $n = 6 \text{ об/с}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал $N = 50 \text{ об}$.

Решение

При равнозамедленном вращательном движении уравнения угловой скорости и углового пути имеют вид:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t , \quad (1)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} . \quad (2)$$

Решение этой системы уравнений дает соотношение, связывающее угловое ускорение с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями

$$\begin{aligned} \omega^2 - \omega_0^2 &= 2\varepsilon\varphi , \\ \text{или} \quad \varepsilon &= \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} . \end{aligned} \quad (3)$$

Но так как $\varphi = 2\pi N$ и $\omega = 2\pi n$, то

$$\varepsilon = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N} . \quad (4)$$

Подставив числовые значения в выражение (4), получим

$$\varepsilon = \frac{3,14(36 - 100)}{50} = -4,02 \text{ рад} / \text{с}^2 .$$

Угловое ускорение получилось отрицательным, так как маховик вращался замедленно. Продолжительность торможения определяем из уравнения (1):

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon} ,$$

и с учетом (4) окончательно

$$t = \frac{2\pi(n - n_0)N}{\pi(n^2 - n_0^2)} = \frac{2N}{n_0 + n} .$$

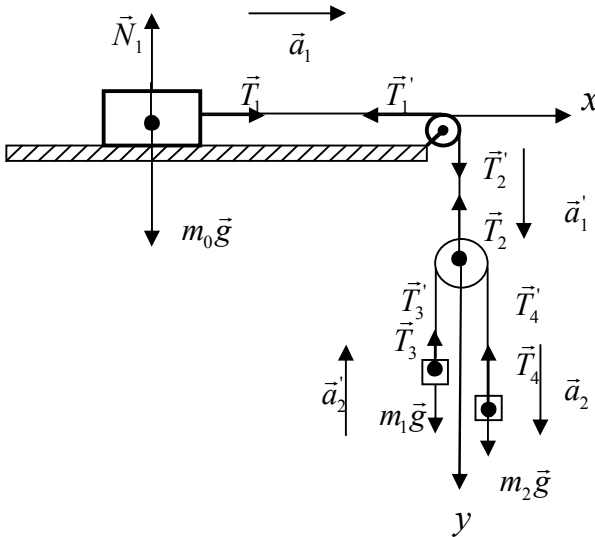
Подставив числовые значения найдем: $t = 6,25 \text{ с}$.

Задача 3. В системе, показанной на рисунке, массы тел равны m_0 ; m_1 и m_2 , трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела массой m_0 относительно стола и ускорения грузов m_1 и m_2 относительно подвижного блока.

Решение

Укажем все силы, действующие на грузы. Если считать нити, связывающие грузы, невесомыми и нерастяжимыми, а также пренебречь массой блоков, то силы натяжения нити с обеих сторон от каждого блока равны, в частности,

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_1'| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_2'| = T, \quad |T_3| = |T_3'| = |T_4| = |T_4'| = T_3.$$



Выберем положительные направления координатных осей x и y , запишем в скалярном виде уравнения движения груза m_0 и системы грузов m_1 и m_2 в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$T = m_0 a_1; \quad (1)$$

$$-T + m_1 g + m_2 g = (m_1 + m_2) a_1. \quad (2)$$

Выразим из уравнения (2) силу T , получим

$$T = (m_1 + m_2) g - (m_1 + m_2) a_1. \quad (3)$$

Приравняв правые части выражений (1) и (3), найдём

$$m_0 a_1 = (m_1 + m_2)g - (m_0 + m_2)a_1.$$

Откуда

$$a_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2 + m_0}. \quad (4)$$

Запишем уравнения движения грузов m_1 и m_2 в проекциях на ось ou :

$$m_1 g - T_3 = m_1(a_1 - a_2),$$

$$m_2 g - T_3 = m_2(a_1 + a_2).$$

Решая систему уравнений с учётом (4), получим

$$a_2 = \frac{(m_2 - m_1)m_0 g}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_2 + m_0)}.$$

Задача 4. Пуля массой $m = 15 \text{ г}$, летящая с горизонтальной скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, попадает в баллистический маятник $M = 6 \text{ кг}$ и застревает в нем. Определить высоту h , на которую поднимется маятник, откатнувшись после удара.

Решение

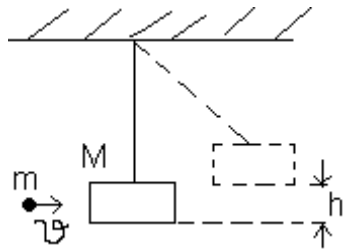
При неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса, в соответствии с которым

$$mv = (m + M)u,$$

где u – скорость тел после удара.

После удара, пренебрегая силами сопротивления воздуха, можно воспользоваться законом сохранения механической энергии

$$\frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh.$$



Решая совместно полученные уравнения, найдем

$$h = \frac{u^2}{2g} = \frac{(mv)^2}{2g(m + M)^2} \quad ; \quad h = 7,9 \text{ см.}$$

Задача 5. Частица совершает перемещение в плоскости ХУ из точки с координатами (1,2)м в точку с координатами (2,3)м под действием силы $\vec{F} = (3\vec{i} + 4\vec{j})$ Н. Определить работу данной силы.

Решение

Элементарная работа, совершаемая силой F при перемещении $d\vec{r}$, равна скалярному произведению этих векторов.

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = (3\vec{i} + 4\vec{j})(dx\vec{i} + dy\vec{j}) = 3dx + 4dy.$$

Работа при перемещении частицы из точки 1 в точку 2 определится интегрированием

$$A_{12} = \int dA = \int_{x_1}^{x_2} 3dx + \int_{y_1}^{y_2} 4dy = 3(x_2 - x_1) + 4(y_2 - y_1).$$

Подставляя числовые значения, получим

$$A_{12} = 7 \text{ Дж}.$$

Задача 6. Потенциальная энергия частицы имеет вид

$$U = a \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{z} \right), \text{ где } a - \text{константа. Найти: а) силу } \vec{F}, \text{ действующую на частицу; б) работу } A, \text{ совершаемую над частицей силами поля при её перемещении из точки } M(1,1,1) \text{ в точку } N(2,2,3).$$

Используя выражение, связывающее потенциальную энергию частицы с силой, действующей на неё, получим

$$\begin{aligned} \vec{F} = -\text{grad}U &= - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right) = \\ &= a \left[-\frac{1}{y} \vec{i} + \left(\frac{x}{y} + \frac{1}{z} \right) \vec{j} + \frac{y}{z^2} \vec{k} \right]. \end{aligned}$$

Работа сил потенциального поля равна убыли потенциальной энергии

$$A_{12} = -\Delta U = U_1 - U_2.$$

По известным координатам точек М и N находим

$$U_1 = 0, \quad U_2 = a \left(1 - \frac{2}{3} \right) = \frac{a}{3},$$

и
$$A_{12} = -\frac{a}{3} \text{ Дж}.$$

Задача 7. Через блок в виде диска массой m_0 перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$). Найти ускорение грузов. Трением пренебречь.

Решение

Применим к решению задачи основные законы динамики поступательного и вращательного движения. С этой целью, покажем силы, действующие на тела данной системы, напомним уравнения движения для каждого из тел в отдельности.

На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ (см. рис.). Уравнения движения этих тел в проекции на ось y имеет вид

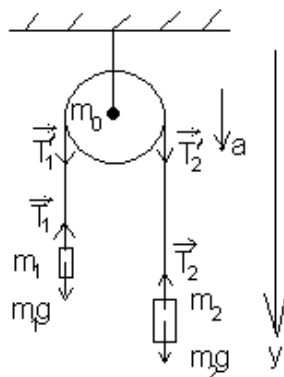
$$-m_1 a = m_1 g - T_1, \quad (1)$$

$$+m_2 a = m_2 g - T_2. \quad (2)$$

Вращение блока вызывается действием сил натяжения нити, поскольку моменты сил тяжести блока и реакции оси равны нулю. Тогда основное уравнение динамики вращательного движения для блока имеет вид

$$I\varepsilon = R(T_2 - T_1), \quad (3)$$

где R - радиус блока, $I = m_0 R^2 / 2$ - его момент инерции, ε - угловое ускорение.



Учтено также, что по третьему закону Ньютона силы натяжения нити с каждой из сторон блока одинаковы по модулю, т.е.

$$T_1 = T'_1, \quad T_2 = T'_2$$

Если нить не проскальзывает относительно блока, то касательное ускорение его точек, соприкасающихся с нитью, равно ускорению нити в любой её точке, а следовательно

$$\alpha = \varepsilon R.$$

Решение системы полученных уравнений дает искомый результат

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{m_0}{2}} g.$$

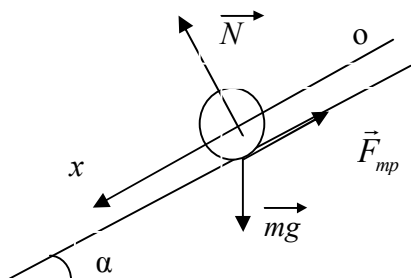
Задача 8. Однородный шар скатывается без скольжения с наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол α . Найдите ускорение центра инерции шара.

Решение

Решим данную задачу двумя методами: как непосредственным использованием уравнения динамики, так и с помощью законов сохранения.

1-й метод

На шар действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{mp}$. Последняя является силой трения покоя, которая и создает вращающий момент относительно мгновенной оси, проходящей через центр инерции. Под действием этих сил шар участвует в двух движениях (поступательном и вращательном), уравнения которых имеют следующий вид



$$ma_c = mg \sin \alpha - F_{mp} , \quad (1)$$

$$I_c \varepsilon = RF_{mp} , \quad (2)$$

где a_c – ускорение центра масс шара, I_c – момент инерции шара относительно его центра масс, ε – угловое ускорение.

Учитывая, что $I_c = \frac{2}{5}mR^2$, $v_c = \omega R$ и $a_c = \varepsilon R$, преобразуем уравнение (2) к виду

$$\frac{2}{5}mR^2 \frac{a_c}{R} = RF_{mp} \Rightarrow \frac{2}{5}ma_c = F_{mp} . \quad (3)$$

Решая уравнение (1) и (3) совместно, получим

$$a = \frac{5}{7}g \sin \alpha . \quad (4)$$

2-й метод

Рассмотрим шар в некоторый момент его движения по наклонной плоскости. Пусть положим его центр масс в данный момент времени определяется координатой X . Полная механическая энергия шара, при условии, что за нулевой уровень потенциальной энергии выбрана точка O , будет равна

$$-mgx \sin \alpha + \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = E . \quad (5)$$

Дифференцируя данное уравнение по времени, получим

$$-mg \frac{dx}{dt} \sin \alpha + mv \frac{dv}{dt} + I\omega \frac{d\omega}{dt} = 0$$

После преобразования, с учетом того, что

$$\frac{dx}{dt} = v ; \quad \frac{dv}{dt} = a_c ; \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{a_c}{R} ,$$

будем иметь

$$a_c \left(m + \frac{I}{R^2} \right) = mg \sin \alpha$$

Наконец, заменяя момент инерции шара его значением

$$I_c = \frac{2}{5} mR^2, \text{ найдем } a_c = \frac{5}{7} g \sin \alpha .$$

Задача 9. Тонкий стержень массой m и длиной L подвешен за один конец и может вращаться без трения. К той же оси подвешен на нити ℓ шарик такой же массы. Шарик отклоняется на некоторый угол и отпускается. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.

Решение

В соответствии с законом сохранения момента импульса для системы шарик-стержень, будет иметь

$$mv\ell = I\omega, \quad (1)$$

где I -момент инерции стержня относительно его оси вращения. По теории Штейнера

$$I = I_c + md^2 = \frac{1}{12} mL^2 + \frac{1}{4} mL^2 = \frac{1}{3} mL^2$$

С учетом этого уравнение (1) приводится к виду

$$v\ell = \frac{1}{3} L^2 \omega$$

При абсолютно упругом ударе выполняется закон сохранения механической энергии, в соответствии с которым

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2},$$

или после преобразования

$$v^2 = \frac{1}{3} L^2 \omega^2. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), найдем

$$\ell = L/\sqrt{3}.$$

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Основные формулы

1. Уравнения состояния идеального газа

$pV = (m/M) RT$ - уравнение Менделеева – Клапейрона

2. Уравнение состояния реального газа

$(p + a/V_m^2)(V_m - b) = RT$ - уравнение Ван-дер-Ваальса (для моля),

где M - молярная масса; a и b - константы Ван-дер-Ваальса.

3. Закон Дальтона

$$p = \sum_i p_i,$$

где p_i - парциальное давление газа.

4. Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-Mgh/RT}.$$

5. Основное уравнение кинетической теории:

$$p = 2/3 n \langle w_k \rangle,$$

где $\langle W_k \rangle = m_0 \langle v_{kv}^2 \rangle / 2$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа; n - число молекул газа в единице объема.

6. Средняя кинетическая энергия молекулы газа:

$$\langle W_k \rangle = i/2 kT,$$

где i - число степеней свободы молекулы.

7. Скорость молекул:

- средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул

$$\langle v_{ср.кв} \rangle = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/M};$$

- средняя арифметическая

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m)} = \sqrt{8RT/(\pi M)};$$

- наиболее вероятная

$$v_{н.в.} = \sqrt{2kT / m} = \sqrt{2RT / M} ,$$

где m - масса одной молекулы, M – масса моля.

8. Распределение молекул газа по скоростям (распределение Максвелла):

$$dn = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

где dn - число молекул идеального газа из общего числа n , имеющих при температуре T скорости в интервале $v, v + dv$.

9. Распределение частиц в силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 \exp(-U/kT),$$

где U - потенциальная энергия частиц; n_0 – концентрация молекул на нулевом уровне.

10. Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle ,$$

где d - эффективный диаметр молекулы; n - концентрация молекул; $\langle v \rangle$ - средняя арифметическая скорость молекул.

11. Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} .$$

12. Закон Фика (уравнение диффузии):

$$\Delta m = -D(dp/dx)S\Delta t,$$

где Δm - масса газа, перенесенная в результате диффузии через площадку S за время Δt ; $D = (1/3)\langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коэффициент диффузии; dp/dx - градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке.

13. Закон Фурье (уравнение теплопроводности):

$$\Delta Q = -K(dT/dx)S\Delta t,$$

где ΔQ - количество теплоты, перенесенное газом в результате теплопроводности через площадку S за время Δt ; dT/dx - градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке S ; $K = (1/3) c_v \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коэффициент диффузии. Здесь c_v - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ - плотность газа.

14. Сила внутреннего трения между движущимися слоями газа:

$$F_{mp} = -\eta(dv/dx)S,$$

где $\eta = (1/3) \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коэффициент вязкости; dv/dx - градиент скорости в направлении, перпендикулярном к площадке S .

15. Первое начало термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ - количество теплоты, сообщенное системе; $\delta A = p dV$ - элементарная работа, совершенная системой против внешних сил; $dU = m/M c_v dT$ - изменение внутренней энергии.

16. Теплоемкость идеального газа:

$$\text{удельная } c = \delta Q / (m dT);$$

$$\text{молярная } C = cM.$$

Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_v = (i/2) R;$$

$$C_p = C_v + R = (i+2)R/2,$$

где i - число степеней свободы молекул газа.

17. Уравнение Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = C_p/C_v = (i+2)/i$ - коэффициент Пуассона.

18. Работа, совершаемая газом:

$$\text{а) в общем случае } A = \int p dV;$$

$$\text{б) при изобарном процессе } (p = \text{const}) \quad A = p (V_2 - V_1);$$

в) при изотермическом процессе ($T=\text{const}$)

$$A = (m/M) RT \ln(V_2/V_1);$$

г) при адиабатном процессе ($\delta Q = 0$)

$$A = - \Delta U = (m/M) C_v \Delta T,$$

$$A = p_1 V_1 / (\gamma - 1) [1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}].$$

19. К.п.д. тепловой машины:

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2') / Q_1,$$

где Q_1 - тепло, получаемое рабочим телом, Q_2' - отдаваемое тепло.

К.п.д. цикла Карно:

$$\eta = (Q_1 - Q_2') / Q_1 = (T_1 - T_2) / T_1,$$

где T_1 и T_2 - температуры нагревателя и холодильника.

20. Приращение энтропии системы:

$$\Delta S \geq \int \delta Q/T,$$

где δQ - элементарное тепло, получаемое системой.

21. Связь между энтропией и термодинамической вероятностью:

$$S = k \ln W,$$

где k - постоянная Больцмана, W - термодинамическая вероятность системы.

2.2. Примеры решения задач

Задача 1. В сосуде объёмом $V = 5$ л находится азот массой $m = 1,4$ г при температуре $T = 1800$ К. Найти давление газа, имея в виду, что при этой температуре $\eta = 30\%$ молекул диссоциировано на атомы.

Решение

Так как часть молекул диссоциирована на атомы, то в сосуде находится смесь двух газов с молярными массами $M_1 = 28$ г и $M_2 = M_1/2 = 14$ г уравнения состояния обоих газов имеют вид:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT, \quad (1)$$

$$P_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT = 2 \frac{m_2}{M_1} RT, \quad (2)$$

где P_1 и P_2 – парциальные давления молекулярного (N_2) и атомарного (N_1) азота. Давление смеси газов подчиняется закону Дальтона:

$$P = P_1 + P_2.$$

Сложим уравнения (1) и (2):

$$(P_1 + P_2)V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{2m_2}{M_1} \right) RT$$

$$PV = \left((m_1 + m_2) + m_2 \right) \frac{RT}{M_1}$$

Так как $m_1 + m_2 = m$ (масса газа), то

$$PV = \frac{m + m_2}{M_1} RT = \frac{mRT \left(1 + \frac{m_2}{m} \right)}{M_1} = \frac{mRT(1 + \eta)}{M_1},$$

Отсюда,

$$P = \frac{mRT(1 + \eta)}{VM_1} \approx 1,9 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Задача 2. На какой высоте давление воздуха составляет 60 % от давления на уровне моря? Считать температуру воздуха везде одинаковой и равной 10°C .

Решение

Зависимость давления от высоты имеет вид:

$$p = p_0 e^{\frac{-mg(h-h_0)}{kT}} = p_0 e^{\frac{-Mg(h-h_0)}{RT}}.$$

На уровне моря $h_0 = 0$, поэтому $\frac{p}{p_0} = e^{\frac{-Mgh}{RT}}.$

Прологарифмируем обе части

$$\frac{Mgh}{RT} = -\ln \frac{p}{p_0}.$$

Отсюда,

$$h = -\frac{RT}{Mg} \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{8,31 \cdot 283}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} \ln 0,6 \approx 4,22 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Задача 3. Найти среднюю продолжительность $\langle \tau \rangle$ свободного пробега молекул кислорода при температуре $T = 250 \text{ К}$ и давлении $P = 100 \text{ Па}$.

Решение

Средняя продолжительность $\langle \tau \rangle$ свободного пробега молекул – величина, обратная среднему числу столкновений, происходящих за 1 секунду:

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{\langle z \rangle}.$$

Так как $\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \cdot \langle v \rangle$, то

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n \cdot \langle v \rangle}.$$

Здесь $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул кислорода

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где n – концентрация молекул кислорода.

Из уравнения состояния идеального газа $n = \frac{p}{kT}$,

$$\langle \tau \rangle = \frac{k\sqrt{MT}}{4\sqrt{\pi R}d^2 p}.$$

Эффективный диаметр молекул кислорода (величина справочная) $d = 0,36 \text{ нм} = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

$$\langle \tau \rangle = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \sqrt{29 \cdot 10^{-3} \cdot 250}}{4 \sqrt{\pi \cdot 8,31 \cdot 3,6^2 \cdot 10^{-20} \cdot 100}} = 2,88 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

Задача 4. Определить отношение удельных теплоёмкостей γ для смеси газов, содержащей гелий массой $m_1 = 8 \text{ г}$ и водород массой $m_2 = 2 \text{ г}$.

Решение

Для нагревания смеси газов массой $m = m_1 + m_2$ на ΔT при постоянном объёме ей необходимо сообщить количество теплоты $Q = c_v m \Delta T$, где c_v - удельная теплоёмкость смеси.

Часть этого количества теплоты, $Q_1 = c_{v_1} m_1 \Delta T$ пойдёт на нагревание гелия, другая часть $Q_2 = c_{v_2} m_2 \Delta T$ - на нагревание водорода. Тогда

$$Q = c_{v_1} m_1 \Delta T + c_{v_2} m_2 \Delta T, \\ c_v m \Delta T = c_{v_1} m_1 \Delta T + c_{v_2} m_2 \Delta T.$$

Отсюда

$$c_v = \frac{c_{v_1} m_1 + c_{v_2} m_2}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично находим c_p смеси:

$$c_p = \frac{c_{p_1} m_1 + c_{p_2} m_2}{m_1 + m_2}.$$

Здесь c_{v_1}, c_{p_1} и c_{v_2}, c_{p_2} - удельные теплоёмкости гелия и водорода соответственно:

$$c_{v_1} = \frac{i_1}{2} \frac{R}{M_1}; c_{v_2} = \frac{i_2}{2} \frac{R}{M_2}; c_{p_1} = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_1}; c_{p_2} = \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_2}.$$

Так как гелий – газ одноатомный, то $i_1=3$, водород – газ двухатомный, следовательно, $i_2=5$.

Отношение удельных теплоёмкостей:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_{p1}m_1 + c_{p2}m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{c_{v1}m_1 + c_{v2}m_2} = \frac{c_{p1}m_1 + c_{p2}m_2}{c_{v1}m_1 + c_{v2}m_2}.$$

Подставляя выражение для удельных теплоёмкостей, получим:

$$\gamma = \frac{(i_1 + 2) \frac{Rm_1}{M_1} + (i_2 + 2) \frac{Rm_2}{M_2}}{i_1 \frac{m_1 R}{M_1} + i_2 \frac{m_2 R}{M_2}} = 1,55.$$

Задача 5. Идеальный газ с $\gamma=1,4$ расширяется изотермически от объёма $V_1 = 0,1 \text{ м}^3$ до объёма $V_2 = 0,3 \text{ м}^3$. Конечное давление газа $P_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Определить приращение внутренней энергии газа, совершённую газом работу и количество теплоты, полученное газом.

Решение

Так как температура газа не изменится, то приращение его внутренней энергии $\Delta U=0$. Тогда I начало термодинамики запишется в виде:

$$Q = A.$$

Работа при изотермическом процессе $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Значение νRT найдём из уравнения состояния идеального газа $p_2 V_2 = \nu RT$.

$$\text{Тогда } A = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \ln \frac{0,3}{0,1} \approx 6,6 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

$$Q = A = 6,6 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Задача 6. При адиабатном расширении ($\nu = 2$ моль) кислорода, находящегося при нормальных условиях, его объём увеличился в $n = 3$ раза. Определить изменение внутренней энергии газа и работу расширения газа.

Решение

Первый закон термодинамики для адиабатного процесса имеет вид:

$$\Delta U = -A.$$

Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = \nu c_v \Delta T = \nu \cdot \frac{i}{2} R (T_2 - T_1).$$

Конечную температуру найдём из уравнения адиабаты:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Так как $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ и газ двухатомный, то

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5}.$$

$$\text{Тогда } \Delta U = \nu \cdot \frac{i}{2} R T_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] \approx -4030 \text{ Дж}.$$

$$A = -\Delta U = 4030 \text{ Дж}.$$

Задача 7. Вычислить *К.П.Д.* цикла, состоящего из изобарного, адиабатного и изотермического процессов, если в результате изобарного процесса газ нагревается от $T_1=300 \text{ К}$ до $T_2=600 \text{ К}$.

Решение

В процессе изобарного нагревания 1-2 газ расширяется за счёт поступившего от нагревателя количества тепла Q_{12} , в процессе адиабатного расширения 2-3 $dQ=0$, в процессе изотермического сжатия газ отдаёт количество теплоты Q_{31} холодильнику. К.п.д. любого цикла определяется выражением

$$\eta = \frac{Q_{12} - Q_{31}}{Q_{12}},$$

$$Q_{12} = \nu \cdot c_p R(T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{i+2}{i} R(T_2 - T_1).$$

Первый закон термодинамики для процесса 3-1 имеет вид:

$$Q_{31} = A.$$

Так как работа при изотермическом процессе равна

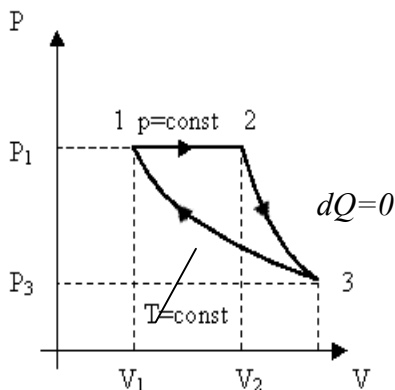
$$A = \nu \cdot RT_1 \ln \frac{V_3}{V_1}, \quad \text{то} \quad Q_{31} = \nu \cdot RT_1 \ln \frac{V_3}{V_1}. \quad \text{Объём газа в}$$

состоянии 1 найдём из уравнения изобары $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$; $V_1 = \frac{V_2 T_1}{T_2}$.

$$Q_{31} = \nu \cdot RT_1 \ln \frac{V_3 T_2}{V_2 T_1}$$

Отношение объёмов $\frac{V_3}{V_2}$ найдём из уравнения адиабаты

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}; \quad \frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$



Тогда

$$Q_{31} = \nu \cdot RT_1 \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right]$$

и с учётом того, что $T_3 = T_1$, получим

$$Q_{31} = \nu \cdot RT_1 \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right] = \nu \cdot RT_1 \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \nu \cdot RT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Так как $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}$, то $\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{i+2}{2}$.

$$Q_{31} = \nu \cdot RT_1 \frac{i+2}{2} \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\eta = \frac{T_2 - T_1 - T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} \approx 0,307.$$

Задача 8. Найти изменение энтропии при следующих процессах:

- при нагревании 100 г воды от 0° С до 100° С и последующем превращении воды в пар той же температуры;
- при изотермическом расширении 10 г кислорода от объёма 25 л до объёма 100 л.

Решение

а) Полное изменение энтропии ΔS равно сумме изменения энтропии при нагревании воды ΔS_1 и изменения энтропии при превращении воды в пар ΔS_2 :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2.$$

Пользуясь определением изменения энтропии, найдём:

$$\Delta S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\Delta S_2 = \frac{1}{T_2} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T_2},$$

где $Q = rm$ - количество теплоты, переданное при превращении нагретой воды в пар той же температуры, r – удельная теплота парообразования.

$$\Delta S_2 = \frac{rm}{T_2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta S &= mc \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{rm}{T_2} = 0,1 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \ln \frac{100 + 273}{0 + 273} + \\ &+ \frac{22,6 \cdot 10^5 \cdot 0,1}{100 + 273} = 737 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \end{aligned}$$

б) при изотермическом процессе температура остаётся постоянной, поэтому $\frac{1}{T}$ можно вынести за знак интеграла:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}.$$

Согласно I начала термодинамики

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{10^{-2}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{0,1}{0,025} = 3,6 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

3. ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

1. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4 \text{ м/с}$, $B = -0,05 \text{ м/с}^2$. Определить момент времени, в который скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент.

2. Путь, пройденный точкой по окружности радиусом 2 м , выражен уравнением $S = A + Bt + Ct^2$. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения точки через время, равное $0,5 \text{ с}$ после начала движения, если $C = 3 \text{ м/с}^2$, $B = 1 \text{ м/с}$.

3. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $B = -2 \text{ м/с}$, $C = 1 \text{ м/с}^2$. Найти линейную скорость точки, ее тангенциальное, нормальное и полное ускорения через $t_1 = 3 \text{ с}$ после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки при $t_2 = 2 \text{ с}$ равно $0,5 \text{ м/с}^2$.

4. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3 \text{ м/с}$, $B = 0,06 \text{ м/с}^3$. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени $t = 0$ и $t = 3 \text{ с}$. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения?

5. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где $A = 6 \text{ м/с}$, $B = 0,125 \text{ м/с}^3$. Определить среднюю скорость точки в интервале времени от $t = 2 \text{ с}$ до $t = 6 \text{ с}$.

6. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v = 30 \text{ м/с}$. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

7. Точка движется по окружности радиусом 2 м согласно уравнению $S = At^3$, где $A = 2 \text{ м/с}^3$. В какой момент времени нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному? Определить полное ускорение в этот момент.

8. Найти, во сколько раз нормальное ускорение точки,

лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения для того момента, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости.

9. Радиус – вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 1\vec{k} \text{ (м)}$. Найти: а) векторы скорости и ускорения; б) модуль скорости в момент $t = 1 \text{ с}$.

10. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $x_2 = A_2 + C_2t^2$, где $A_1 = 10 \text{ м}$, $B_1 = 32 \text{ м/с}$, $C_1 = -3 \text{ м/с}^2$, $A_2 = 5 \text{ м}$, $C_2 = 5 \text{ м/с}^2$. В какой момент времени скорости этих точек одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

11. Якорь электромотора, вращающийся с частотой $n = 50 \text{ об/с}$, двигаясь после выключения тока равнозамедленно, остановился, сделав $N = 1680 \text{ об}$. Найти угловое ускорение якоря.

12. Ротор электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 955 \text{ об/мин}$, после выключения остановился через $t = 10 \text{ с}$. Считая вращение равнозамедленным, определить угловое ускорение ротора после выключения электродвигателя. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

13. Колесо радиусом $R = 0,1 \text{ м}$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2 \text{ рад/с}$, $C = 1 \text{ рад/с}^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2 \text{ с}$ после начала движения следующие величины: а) угловую скорость, б) линейную скорость, в) угловое ускорение, г) тангенциальное ускорение, д) нормальное ускорение.

14. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота зависит от времени, как $\varphi = Bt^2$, где $B = 0,20 \text{ рад/с}^2$. Найти полное ускорение точки на ободе колеса в момент $t = 2,5 \text{ с}$, если линейная скорость точки в этот момент $v = 0,65 \text{ м/с}$.

15. Твёрдое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = At - Bt^3$, где $A = 6,0 \text{ рад/с}$, $B = 2,0 \text{ рад/с}^3$. Найти средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от начала движения до остановки. Определить угловое ускорение в момент остановки тела.

16. Маховик, вращающийся с постоянной частотой $n_1 = 10 \text{ об/с}$, начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение снова сделалось равномерным с частотой $n_2 = 6 \text{ об/с}$. Определить угловое ускорение маховика и продолжительность торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал $N = 50 \text{ об}$.

17. Диск радиусом 10 см , находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,5 \text{ рад/с}^2$. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорение точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

18. Колесо радиусом $R = 0,3 \text{ м}$ вращается согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 1 \text{ рад/с}$, $B = 0,1 \text{ рад/с}^3$. Определить полное ускорение точек на окружности колеса в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

19. Диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = -2 \text{ рад/с}^2$. Сколько оборотов N сделает диск при изменении частоты вращения от $n_1 = 240 \text{ мин}^{-1}$ до $n_2 = 90 \text{ мин}^{-1}$? Найти время Δt , в течение которого это произойдет.

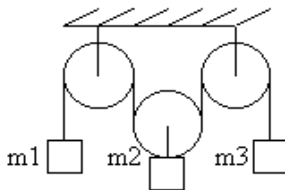
20. Маховик, бывший неподвижным, начал вращаться равноускоренно и, сделав 40 полных оборотов, приобрёл угловую скорость 10 рад/с . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

21. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ движется так, что пройденное расстояние от времени дается уравнением $S = a \sin \omega t$, где

$\alpha=5\text{см}$, $\omega = \pi \text{ рад/с}$. Найти ускорение, силу и импульс тела через $1/6$ с после начала движения.

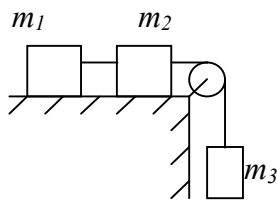
22. Тело массой $m = 1\text{кг}$ движется так, что его координаты x и y изменяются от времени следующим образом: $x = a - bt + ct^2$, $y = dt^3$, где $c = 1\text{м/с}^2$, $d = 2\text{м/с}^3$. Определить ускорение и действующую на тело силу к концу пятой секунды.

23. Определить ускорение грузов массы m_1 , m_2 , m_3 в системе. Массой блоков пренебречь. Трение отсутствует.

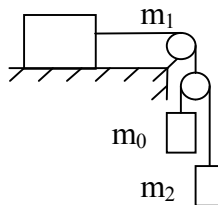


24. Шар массой m , двигаясь со скоростью v , упруго ударяется о гладкую неподвижную стенку так, что скорость направлена под углом α к нормали. Определить импульс, получаемый стенкой.

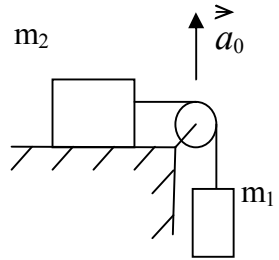
25. В установке, показанной на рисунке, массы тел равны m_1 , m_2 и m_3 , масса блока пренебрежимо мала и трения в блоке нет. Найти ускорение, с которым опускается тело m_3 , и силу натяжения нити, связывающей тела m_1 и m_2 , если коэффициент трения между этими телами и горизонтальной поверхностью равен k .



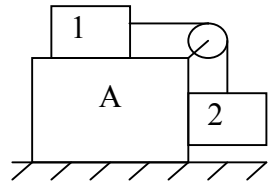
26. В системе, показанной на рисунке, массы тел равны m_0 , m_1 , m_2 , трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела m_1 .



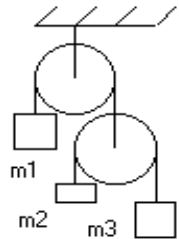
27. Через невесомый блок, укрепленный на краю стола, перекинута нерастяжимая нить, связывающая грузы с массами $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 2 \text{ кг}$. Стол движется вверх с ускорением $a_0 = 1 \text{ м/с}$. Найти ускорение груза m_1 относительно стола и относительно земли. Трением пренебречь.



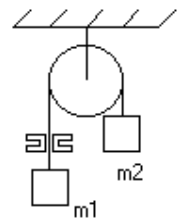
28. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок А, чтобы тела 1 и 2 не двигались относительно него? Массы тел одинаковы, коэффициент трения между бруском и обоими телами равен k . Массой блока пренебречь.



29. Определить ускорение грузов массы m_1 , m_2 и m_3 , а также силу натяжения нитей в системе блоков, если $m_1 = m_2 + m_3$. Массой блоков пренебречь. Трение отсутствует.



30. Невесомая нерастяжимая нить, перекинута через неподвижный блок, пропущена через щель. При движении нити на неё со стороны щели действует постоянная сила трения f . На концах нити подвешены грузы m_1 и m_2 . Определить ускорение грузов.



31. Шар, движущийся со скоростью 2 м/с , ударяется центрально в неподвижный шар такой же массы. Определить скорости шаров после удара в случае, если удар упругий и если удар неупругий.

32. Два шара массой $m_1 = 9 \text{ кг}$ и $m_2 = 12 \text{ кг}$ подвешены на нитях длиной $l = 1,5 \text{ м}$. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол $\alpha = 30^\circ$ и отпустили. Считая удар неупругим, определить высоту h , на которую поднимутся оба шара после удара.

33. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара $0,2 \text{ кг}$, масса второго – $0,1 \text{ кг}$. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту $4,5 \text{ см}$, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: а) удар упругий, б) удар неупругий?

34. Шар массой $m_1 = 5 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$ и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 3 \text{ кг}$. Вычислить работу, совершенную при деформации шаров при прямом центральном ударе. Удар считать неупругим.

35. Частица массы m_1 налетела со скоростью v на неподвижную частицу массы m_2 , которая после упругого удара полетела под углом α к первоначальному направлению движения налетающей частицы. Определите скорость частицы m_2 после удара.

36. Подсчитать работу поднятия груза массой $m = 200 \text{ кг}$ по наклонной плоскости длиной $l = 5 \text{ м}$, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, если ускорение тела при подъёме равно $a = 0,5 \text{ м/с}^2$, коэффициент трения $\mu = 0,1$.

37. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Найти мощность, развиваемую силой в момент времени t .

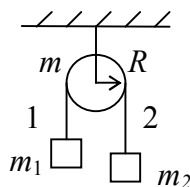
38. Тело массой $m = 1,0 \text{ кг}$ падает с высоты $h = 20 \text{ м}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти среднюю по времени мощность, развиваемую силой тяжести на пути h , и мгновенную мощность на высоте $h/2$.

39. Потенциальная энергия частицы имеет вид $U = a/r$, где r – модуль радиус-вектора частицы, $a = \text{const}$. Найти силу $\vec{F}$, действующую на частицу, работу, совершаемую этой силой над частицами при её переходе из точки $M(1,2,3)$ в точку $N(2,3,4)$.

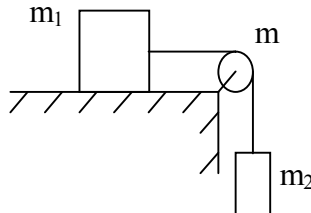
40. Конькобежец, стоя на льду, бросил вперёд гирию массой $m_1 = 5 \text{ кг}$ и вследствие отдачи покатился назад со скоростью $v_2 = 1 \text{ м/с}$. Масса конькобежца $m_2 = 60 \text{ кг}$. Определить работу A , совершённую конькобежцем при бросании гири.

41. На барабан, представляющий однородный цилиндр радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ и массой $m_1 = 9 \text{ кг}$, намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_2 = 2 \text{ кг}$. Найти ускорение груза и кинетическую энергию системы, спустя время $t = 3 \text{ с}$.

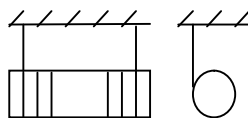
42. В установке, показанной на рисунке, известны масса однородного сплошного цилиндра m , его радиус R и массы тел m_1 и m_2 . Найти угловое ускорение цилиндра и отношение сил натяжений T_2/T_1 вертикальных участков нити в процессе движения.



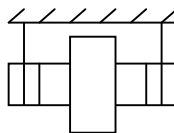
43. В системе, показанной на рисунке, известны массы тел m_1 и m_2 , коэффициент трения k между телом m_1 и горизонтальной плоскостью, а также масса блока m , который можно считать однородным диском. Найти ускорение тела m_2 и работу силы трения, действующей на тело m_1 , за первые t секунд после начала движения.



44. Однородный цилиндр массой m и радиусом R начинает опускаться под действием силы тяжести. Найти угловое ускорение цилиндра и натяжение каждой нити.



45. На стержень радиусом r наглухо насажен сплошной диск радиусом R и массой m . К стержню прикреплены нити, при помощи которых диск подвешивается к штативу. Найти ускорение, с которым опускается диск. Массой стержня пренебречь.



46. Найти ускорение центра однородного шара, скатывающегося без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Чему равна сила трения между шаром и плоскостью?

47. Определить линейную скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой $h=1$ м.

48. На барабан радиусом $R=0,5$ м намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 10$ кг. Найти момент инерции барабана J , если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,04$ м/с².

49. На барабан радиусом $R=20$ см, момент инерции которого $J=0,1$ кг·м², намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=0,5$ кг. До начала вращения барабана груз находился на высоте $h=1$ м над полом. Через какое время груз опустится на пол и какова будет при этом кинетическая энергия системы?

50. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого $J=1,5$ кг·м², вращаясь при торможении равномерно, за время $t=1$ мин уменьшил частоту своего вращения с $n_0 = 240$ об/мин до $n_1 = 120$ об/мин. Определить: 1) угловое ускорение маховика; 2) момент силы торможения; 3) работу торможения.

51. На скамье Жуковского сидит человек и держит в вытянутых руках гири по 10 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения скамьи $\ell_1=50$ см. Скамья вращается с частотой $n_1=1$ с⁻¹. Как изменится частота вращения скамьи и

какую работу произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до $\ell_2=20\text{см}$? Суммарный момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения $J = 2,5 \text{ кг м}^2$.

52. На краю свободно вращающегося достаточно большого горизонтального диска, имеющего радиус R и момент инерции J , стоит человек массой m . Диск совершает n_1 об/мин. Как изменится угловая скорость вращения диска, если человек перейдет от края диска к центру? Какую работу совершит человек при переходе? Размерами человека по сравнению с радиусом диска можно пренебречь.

53. Шарик массой $m = 50 \text{ г}$, привязанный к концу нити длиной $\ell_1 = 1 \text{ м}$, вращается с частотой $n_1 = 1$ об/с, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния $\ell_2 = 0,5 \text{ м}$. С какой частотой будет при этом вращаться шарик? Какую работу совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

54. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2 \text{ м}$, стоит человек. Масса платформы $M = 240 \text{ кг}$, масса человека $m = 80 \text{ кг}$. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 2 \text{ м/с}$ относительно платформы.

55. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки; стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1 = 10 \text{ с}^{-1}$. Радиус колеса равен 20см , его масса $m = 3 \text{ кг}$. Определить частоту вращения

n_2 скамьи, если человек повернет стержень на угол 180° ? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен $6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

56. Вертикально расположенный однородный стержень массы M и длины ℓ может вращаться вокруг своего верхнего конца. В нижний конец стержня попала, застряв, горизонтально летевшая пуля массы m , в результате чего стержень отклонился на угол α . Считая $m \ll M$, найти скорость летевшей пули.

57. Два горизонтально расположенных диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны J_1 и J_2 , а угловые скорости ω_1 и ω_2 . После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между их поверхностями начинают вращаться как единое целое. Найти установившуюся угловую скорость дисков и приращение кинетической энергии вращения этой системы.

58. Тонкий стержень массой m и длиной L подвешен за один конец и может вращаться без трения. К той же оси подвешен на нити длиной ℓ шарик. Шарик отклоняется на некоторый угол и отпускается. При какой массе шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.

59. Стержень длиной $\ell = 1.5 \text{ м}$ и массой $M = 10 \text{ кг}$ может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня попадает пуля массой $m = 10 \text{ г}$, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, и застревает в стержне. На какой угол отклонится стержень после удара?

60. Бревно высоты $h = 3 \text{ м}$ и массы $m = 50 \text{ кг}$ начинает падать из вертикального положения на землю. Определить скорость верхнего конца и момент импульса бревна в момент падения на землю. высоте $h = 1000 \text{ км}$.

61. Плотность смеси азота и водорода при температуре $t = 47^\circ\text{C}$ и давлении $P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ равна $\rho = 0,3 \text{ г/л}$. Найти концентрации молекул азота (n_1) и водорода (n_2) в смеси.

62. В баллоне емкостью 2 м^3 содержится смесь азота N_2 и окиси азота NO . Определить массу окиси азота, если масса смеси равна 14 г , температура 300 К и давление $0,6 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

63. Найти плотность газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении $P = 100 \text{ кПа}$ и температуре $T = 300 \text{ К}$.

64. В баллоне, объём которого $0,25 \text{ м}^3$, находится газ, состоящий из смеси CO_2 и паров воды. Температура газа 327°C . Число молекул углекислого газа $N_1 = 6,6 \cdot 10^{21}$. Найти давление и молярную массу газовой смеси.

65. Определить давление и молекулярную массу смеси газов, состоящей из 10 г кислорода и 10 г азота, которые занимают объём 20 л при температуре 150°C .

66. Определите плотность смеси газов водорода массой $m_1 = 8 \text{ г}$ и кислорода массой $m_2 = 64 \text{ г}$ при температуре $T = 290 \text{ К}$ и давлении $0,1 \text{ МПа}$.

67. В баллоне под давлением 1 МПа находится газовая смесь из кислорода и азота. Считая, что масса азота составляет 80% от массы смеси, определить парциальное давление отдельных газов.

68. В сосуде находится смесь, состоящая из $m_1 = 14 \text{ г}$ азота и $m_2 = 9 \text{ г}$ водорода при температуре $t = 10^\circ\text{C}$ и давлении $P = 1 \text{ МПа}$. Найти молярную массу μ смеси и объём сосуда.

69. Какой объём занимает смесь азота массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ и гелия массой $m_2 = 1 \text{ кг}$ при нормальных условиях?

70. В баллоне вместимостью $V = 15 \text{ л}$ находится смесь, содержащая $m_1 = 10 \text{ г}$ водорода, $m_2 = 54 \text{ г}$ водяного пара и $m_3 = 60 \text{ г}$ оксида углерода. Температура смеси $t = 27^\circ\text{C}$. Определите давление смеси.

71. Чему равны удельные теплоемкости C_v и C_p некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях равна $\rho_0 = 1,43 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$? Какой это газ?

72. Определить удельные теплоёмкости C_p и C_v для газа, состоящего по массе из 85 % O_2 и 15 % озона (O_3).

73. 25 % молекул кислорода диссоциировано на атомы. Определить удельные теплоемкости C_v и C_p такого газа.

74. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ и отношение теплоемкостей $C_p/C_v = 1.67$.

75. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объём $V = 5 \text{ л}$. Вычислить теплоёмкость C_v этого газа при постоянном объёме.

76. Определите удельные теплоёмкости C_v и C_p смеси углекислого газа массой $m_1 = 3 \text{ г}$ и азота массой $m_2 = 4 \text{ г}$.

77. Определите показатель адиабаты γ смеси газов, содержащей гелий массой $m_1 = 8 \text{ г}$ и водорода массой $m_2 = 2 \text{ г}$.

78. Найти удельную теплоемкость C_p газовой смеси, состоящей из количества $\nu_1 = 3 \text{ кмоль}$ аргона и количества $\nu_2 = 2 \text{ кмоль}$ гелия.

79. Найти отношение C_p/C_v газовой смеси, состоящей из $m_1 = 8 \text{ г}$ гелия и $m_2 = 16 \text{ г}$ кислорода.

80. Молярная масса некоторого газа $\mu = 0.03 \text{ кг/моль}$, отношение $C_p/C_v = 1.4$. Найти удельные теплоёмкости C_p и C_v этого газа.

81. Газообразный водород, находившийся при нормальных условиях в закрытом сосуде объемом $V = 5,0 \text{ л}$, охладили на $\Delta T = 55 \text{ К}$. Найти приращение внутренней энергии газа и количество отданного им тепла.

82. Идеальный газ с $\gamma = 1,4$ расширяется изотермически от объема $V_1 = 0,1 \text{ м}^3$ до объема $V_2 = 0,3 \text{ м}^3$. Конечное давление газа $P_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Определить приращение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и количество полученного газом тепла.

83. При изобарном нагревании от 0 до 100 °C моль идеального газа поглощает $Q = 3,35 \text{ кДж}$ тепла. Определить:

- 1) значение γ ; 2) приращение внутренней энергии газа ΔU ;
- 3) работу, совершенную газом.

84. При адиабатном сжатии кислорода массой $m = 20 \text{ г}$ его внутренняя энергия увеличилась на $\Delta U = 8 \text{ кДж}$ и температура повысилась до $T_2 = 900 \text{ К}$. Найти: 1) повышение температуры ΔT ; 2) конечное давление газа P_2 , если начальное давление $P_1 = 200 \text{ кПа}$.

85. Какое количество теплоты выделяется при изотермическом сжатии 10 л газа, находившегося под давлением $1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, до объёма 2 л?

86. Азот занимает объём $V_1 = 2 \text{ м}^3$ и находится под давлением $P_1 = 10^5 \text{ Па}$. Газ нагревают сначала при постоянном объёме до давления $P_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а затем при постоянном давлении до объёма $V_2 = 4 \text{ м}^3$. Масса азота $m = 3 \text{ кг}$. Определить изменение внутренней энергии газа, совершенную работу и количество тепла, переданное газу.

87. Воздух, занимавший объём $V_1 = 10 \text{ л}$ при давлении $P_1 = 100 \text{ кПа}$, был адиабатно сжат до объёма $V_2 = 1 \text{ л}$. Под каким давлением P_2 находится воздух после сжатия?

88. Какая доля количества тепла Q , подводимого к идеальному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии и какая доля – на работу расширения? Рассмотреть три случая, если газ:

- 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

89. Во сколько раз увеличится объём водорода, содержащий количество вещества $\nu = 0,4 \text{ моль}$ при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты $Q = 800 \text{ Дж}$? Температура водорода $T = 300 \text{ К}$.

90. В закрытом сосуде объемом $V = 10 \text{ л}$ находится воздух при давлении $P = 10^5 \text{ Па}$. Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз?

91. Идеальный двухатомный газ в количестве $\nu = 0,001$ кмоль совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объём газа 10 л, наибольший – 20 л, наименьшее давление $2,46 \cdot 10^5$ Па, наибольшее – $4,1 \cdot 10^5$ Па. Начертить график цикла. Определить температуры газа для характерных точек цикла и его КПД.

92. Один моль идеального двухатомного газа, находящийся под давлением $P_1 = 0,1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К, нагревают при постоянном объёме до давления $P_2 = 0,2$ МПа. После этого газ изотермически расширяется до начального давления и затем изобарически сжимается до начального объёма. Начертить график цикла. Определить температуру газа для характерных точек цикла и его КПД.

93. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя равна 470 К, температура T_2 холодильника – 270 К. При изотермическом расширении газ совершает работу $A = 100$ Дж. Определить КПД цикла и количество теплоты Q_2 , которое газ отдаёт охладителю при изотермическом сжатии.

94. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа A_1 изотермического расширения газа равна 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если КПД цикла 0,2.

95. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, $2/3$ количества теплоты Q_1 , полученного от нагревателя, отдаёт холодильнику. Температура холодильника 275 К. Определить температуру нагревателя.

96. Найти изменение энтропии при следующих процессах: а) при превращении 1 кг воды при 0 °С в пар при 100 °С; б) при превращении 30 г льда в пар при 100 °С, если начальная температура льда - 40 °С.

97. Найти приращение энтропии одного моля углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в $n = 2$ раза, если процесс нагревания: а) изохорный; б) изобарный.

98. Гелий массой $m = 1,7$ г адиабатически расширили в $n = 3$ раза и затем изобарически сжали до первоначального объёма. Найти приращение энтропии газа в этом процессе.

99. Смешали воду массой $m_1 = 5$ кг при температуре $T_1 = 280$ К с водой массой $m_2 = 10$ кг при температуре $T_2 = 350$ К. Найти: 1) температуру смеси; 2) изменение энтропии, происходящее при смешивании.

100. Кислород массой $m = 2$ кг увеличил свой объём в $N = 5$ раз один раз изотермически, другой адиабатно. Найти изменение энтропии в каждом из двух процессов.

4. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

Вариант	Номера заданий									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные физические постоянные

Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг с}^2)$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/(К моль)}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

Плотности ρ газов

Газы при нормальных условиях	кг/м^3
Азот	1,25

Аргон	1,78
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, мм	Газ	Диаметр, мм.
Азот	0,30	Гелий	0,19
Водород	0,23	Кислород	0,27

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И.В. Курс физики / И.В. Савельев. М.: Наука, 1989. Т.1-3.
2. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. М.: Высш. шк., 1989.
3. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. М.: Высш. шк., 2001.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике/ Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. М.: Наука, 1985.
5. Чертов А.Г. Задачник по физике / А.Г Чертов, А.А. Воробьев, учеб. пособие для студентов втузов. М.: Высш. шк., 1988.-527с.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. Изд. 2 доп. и перераб. С.Пб.: Специальная литература, 1999-328с.
7. Физика: методические указания к контрольным заданиям для студентов заочников инженерно-технических специаль-

ностей вузов / А.А Воробьёв, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. М.: Высш. шк., 1987 - 208с.

8. Дмитриева Т.Ф., Основы физики / Т.Ф. Дмитриев, В.Л. Прокофьев. М. Высш. шк., 2001.

СОДЕРЖАНИЕ

Методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ по физике для студентов заочной сокращённой формы обучения.....	1
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.....	2
1. Физические основы механики.....	2
1.1. Основные формулы.....	2
1.2. Примеры решения задач.....	5
2. Молекулярная физика и термодинамика.....	15
2.1. Основные формулы.....	15
2.2. Примеры решения задач.....	18
3. Задачи для выполнения контрольной работы №1.....	27
4. Варианты контрольной работы № 1.....	42
Приложение.....	43
Библиографический список.....	44

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к решению задач и выполнению контрольной работы № 1
по физике для студентов всех технических направлений
подготовки заочной сокращённой формы обучения

Составители:

Москаленко Александр Георгиевич

Гаршина Мария Николаевна

Сафонов Игорь Александрович

Тураева Татьяна Леонидовна

В авторской редакции

Компьютерный набор И.А. Сафонова

Подписано к изданию 16.10.2012.

Уч. – изд. л. 2,7.

ФГБОУ ВПО “Воронежский государственный технический
университет”
394026 Воронеж, Московский просп.,14